

4th
Merc.
124^d



Merc. 124 d

Wild



| २१३३ |

Report über die Arbeiten

zur

Reform der schweizerischen Urmaasse

von

Dr. H. Wild, Professor,

Direktor der eidg. Eichstätte in Bern.

~~~~~

Abgefasst im Sommer 1868.

~~~~~

Zürich,

Druck von Zürcher und Furrer.

1868.

Einleitung.

Im Jahre 1860 wurde mir vom h. Bundesrath auf Antrag des Departements des Innern die eidgen. Maass- und Gewichtsinspection übertragen, welche zum Zwecke hatte, die Durchführung des Bundesgesetzes über Maass und Gewicht, sowie seiner Vollziehungsverordnung in den Kantonen zu untersuchen und hauptsächlich auch die in dieser vorhergesehene Controlle über die Uebereinstimmung der kantonalen Probemaasse mit den eidgen. Urmaassen¹⁾ auszuführen. Diese Inspection ergab neben einigen andern Uebelständen vor Allem den, der die Veranlassung zur vorliegenden Arbeit wurde, nämlich, dass nicht nur der Bund keinerlei Hülfsmittel zur Vergleichung von Maassen und Gewichten besitze, sondern dass zudem auch die Mutter- und Urmaasse, sowie die Mustermaasse im Allgemeinen von mangelhafter Beschaffenheit und mit grosser Unsicherheit behaftet seien. Zur Abhülfe dieser Uebelstände schlug ich schon in der ersten Hälfte des Jahres 1861 dem Departement des Innern die Errichtung einer eidgen. Normaleichstätte einerseits, sowie eine gründliche Reform der eidgen. Mutter- und Urmaasse anderseits vor. Der damalige Chef des Departements des Innern, Herr Bundesrath *Pioda*, nahm ein warmes Interesse an diesen Fragen, zog Er-

¹⁾ Bis zur Stunde unterscheidet die schweizerische Maass- und Gewichtsordnung fünferlei Maasse: 1) die Muttermaasse, d. h. Copieen der in den Archiven zu Paris deponirten französischen Urmaasse, des Meters und Kilogramms, auf welche unser Maass-System basirt ist; 2) die Urmaasse, d. h. die aus dem Meter und Kilogramm abgeleiteten, den Grundeinheiten unseres Maass-Systems entsprechenden Normalmaasse, die im Jahre 1860 in einem Fuss von Eisen, einem Pfund von Messing, einer Maass von Messingguss und einem Viertel von demselben Material bestanden; 3) die Mustermaasse, bestehend aus denselben 4 Maassen, die als getreue Nachbildungen der Urmaasse den Kantonen zugestellt worden waren und dort zur Verifikation der 4) Probemaasse, d. h. der in den Eichstätten befindlichen Normalmaasse dienen sollen 5) die Verkehrsmaasse, d. h. die im Verkehr gebrauchten Maasse, die nach den Probemaassen in den Eichstätten abzugleichen und zu verificiren sind.

kundigungen über die entsprechenden Verhältnisse in andern Staaten ein und veranlasste dann am 26. Februar 1862 den Bundesrath zur Ernennung einer Experten-Commission behufs Begutachtung obiger Vorschläge. Diese Commission, bestehend aus den HHrn. Prof. *Mousson* in Zürich, Prof. *Hirsch* aus Neuchâtel, Eichmeister *Ringier* aus Zofingen, Münzdirector *Escher*, Director *Hasler* aus Bern und mir, versammelte sich am 13. April unter dem Präsidium des Hrn. *Pioda* in Bern und fasste das Resultat ihrer Verhandlungen in einem im Bundesblatt abgedruckten, von Hrn. Prof. *Mousson* verfassten Gutachten zusammen. Dasselbe befürwortete aufs lebhafteste obige Vorschläge und detaillirte dieselben in verschiedenen Richtungen. Diesem Gutachten und den daran sich anknüpfenden Anträgen des Departements des Innern zufolge beschloss der Bundesrath in seiner Sitzung vom 19. Sept. die Errichtung einer eidgen. Eichstätte im Münzgebäude in Bern und die Vornahme einer Reform der Mutter- und Urmaasse. Zur Ausführung dieser Arbeiten gab er mir unterm 5. November zwei weitere Experten, die HHrn. Prof. *Mousson* und *Hirsch*, bei und ernannte in derselben Sitzung Hrn. *Mousson* und mich zu Abgeordneten nach Paris behufs Beschaffung und Erwerbung neuer Muttermaasse für die Schweiz. Was zunächst die letztere Arbeit betrifft, so konnten wir dieselbe unvorgesehener Hindernisse halber bei unserem ersten Aufenthalt in Paris im Frühjahr 1863 nicht vollenden und mussten uns im folgenden Frühjahr ein zweites Mal dahin begeben, worauf wir dann dem h. Bundesrath im Juni 1864 einen umfassenden Bericht über die Erfüllung unserer Mission vorlegten.¹⁾ Inzwischen waren nun auch die Localitäten für die Eichstätte im Münzgebäude hergerichtet und mit dem grössern Theil der nothwendigen Hülfsinstrumente für die Maass-Vergleichungen, wie Waagen, Gewichtsätze, Barometer, Thermometer, Hygrometer etc., versehen worden. Die Prüfung und Justirung aller dieser Instrumente und Hülfismaasse sowie des erst im Jahre 1865 vollendeten und zu Anfang 1866 nochmals theilweise umgeänderten Längen-Comparators, die ich fast ausschliesslich allein besorgte, nahm so viel Zeit in Anspruch, dass erst im Frühjahr 1867 die Aufgabe der Experten-Commission: Einrichtung der eidgen. Eichstätte und Erstellung und Verification der neuen Urmaasse für Länge und Gewicht nach den neuen Muttermaassen vollendet werden konnte. Die Commission hat sich im Ganzen 5 Mal versammelt, nämlich am 7. Februar 1863 zur Besichtigung und Prüfung der ersten Einrichtungen der Eichstätte und Berathung über die neuen Urmaasse, am 21. December desselben Jahres zur Berathung über den zu erstellenden Längen-Comparator, darauf im April 1866 zur definitiven Verifi-

¹⁾ Obschon derselbe im Bundesblatt bereits abgedruckt ist, glaube ich, ihn doch mit den zugehörigen Verbalprozessen in diese Darstellung, der Vollständigkeit halber, mit aufnehmen zu sollen; bildet er doch die Grundlage und den Ausgangspunkt für alles Folgende.

cation des neuen Urfundes und seiner beiden Copieen, worüber dem Departement des Innern ein besonderer Bericht sammt Verbalprocess eingereicht wurde, endlich im April und Mai 1867 zur Verification des neuen Längen-Urmaasses und seiner Copieen, worüber auch wieder ein Bericht und Verbalprocess abgefasst wurde. Im Juni erfolgte die Uebergabe dieser Actenstücke sammt der bezüglichen Maasse, sowie diejenige eines Schlussberichtes über die Einrichtung der Eichstätte und Vorschläge für ihre künftige Organisation an das Departement des Innern zu Handen des Bundesrathes. In Folge davon beschloss der letztere auf Antrag des Departements des Innern am 25. September verschiedene Veränderungen des schon am 6. Januar 1864 erlassenen Reglements über die Organisation und Verwaltung der eidgen. Eichstätte und ernannte mich zugleich zum Director dieser Anstalt. Nachdem ich als solcher noch einige ergänzende Untersuchungen zu den frühern Arbeiten angestellt habe, glaube ich nun, die schon in den Berichten der Commission in Aussicht gestellte ausführlichere, wissenschaftliche Darstellung aller Arbeiten in der Eichstätte nicht länger aufschieben zu dürfen. Eine Reihe von für die Eichstätte wichtigen Daten sind nämlich nicht in den erwähnten Berichten und Verbalprocessen niedergelegt, sondern nur in meinen Manuscripten enthalten, vor Allem aber ist eine solche Darstellung nothwendig, um dieser jungen Anstalt das Vertrauen der Fachmänner zu erwerben, welche zufolge des einen der Zwecke der Eichstätte geneigt sein sollten, Maasse und Gewichte mit der höchsten, wissenschaftlichen Genauigkeit daselbst vergleichen zu lassen.

Bei dieser Darstellung werde ich folgenden Gang einhalten: Im ersten Abschnitt soll die Erstellung und Verification der neuen Muttermaasse in Paris mitgetheilt werden; im zweiten, ausschliesslich von den Längenmessungen in der Eichstätte handelnden Abschnitt werde ich zuerst von dem neuen Längen-Urmaass sprechen, sodann eine Beschreibung des Längen-Comparators der Eichstätte, seiner Justirung und Behandlung geben, darauf die Verification des Normalstabes beim Längen-Comparator und die Bestimmung seiner absoluten Ausdehnung in der Wärme und endlich die Bestimmung der Ausdehnung und der wahren Länge des neuen Längen-Urmaasses und seiner beiden Copieen folgen lassen; im dritten, ausschliesslich von den Wägungen handelnden Abschnitt werde ich wieder zuerst vom neuen Urfund und von den Wägungen überhaupt und ihren Reductionen auf den leeren Raum sprechen, darauf die bezüglichen Instrumente und Hilfsmaasse der Eichstätte, sowie ihre Prüfung beschreiben, sodann die Bestimmung der specifischen Gewichte erörtern und endlich die Verification des neuen Urfundes und seiner zwei Copieen mittheilen.

Ich kann diese Einleitung nicht schliessen, ohne den HHrn. Bundesräthen *Pioda*, *Dubs* und *Schenk*, welche der Reihe nach als Chefs des Departements des Innern diese Arbeiten

nach Kräften durch Gewährung der nöthigen Mittel unterstützt haben, sowie meinen Collegen, den HHrn. Prof. *Mousson* und *Hirsch*, welche mir mit Rath und That an die Hand gegangen sind, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen. Zugleich muss ich auch Hrn. Mechaniker *Hermann* in Bern und seinem leider zu früh dahingeschiedenen Associé, Hrn. *Studer*, die vollste Anerkennung zollen für den Eifer, die Sorgfalt und Ausdauer bei der Verfertigung der im Folgenden zu beschreibenden Instrumente und Maasse der Eichstätte, die fast alle aus ihrer Werkstätte hervorgegangen sind. Hr. *Hermann* hat zudem die Güte gehabt, die Zeichnungen der dieser Darstellung beigegebenen Tafeln für mich anzufertigen.

Ausgang des Jahres 1861 erlassenen Reglements über die Organisation und Verwaltung der eidgen. Eichstätte und ernannte mich zugleich zum Director dieser Anstalt. Nachdem ich als solcher noch einige ergänzende Untersuchungen zu den früheren Arbeiten angestellt habe, glaube ich nun, die schon in den Berichten der Commission im Aussicht gestellte ausführlichere, wissenschaftliche Darstellung aller Arbeiten in der Eichstätte nicht länger aufschieben zu dürfen. Eine Reihe von für die Eichstätte wichtigen Daten sind nämlich nicht in den erwähnten Berichten und Verzeichnissen niedergelegt, sondern nur in meinen Manuscripten enthalten, vor Allem aber ist eine solche Darstellung notwendig, um diesen jungen Anstalt das Vertrauen der Fachmänner zu erwerben, welche zufolge des einen der Zwecke der Eichstätte genügt sein sollten, Maasse und Gewichte mit der höchsten, wissenschaftlichen Genauigkeit daselbst vergleichen zu lassen.

Bei dieser Darstellung werde ich folgenden Gang einhalten: Im ersten Abschnitt soll die Herstellung und Verifikation der neuen Maassmassen in Paris mitgetheilt werden; im zweiten, ausschliesslich von den Längennmessungen in der Eichstätte handelnden Abschnitt werde ich zuerst von dem neuen Längen-Maass sprechen, sodann eine Beschreibung des Längen-Comparators der Eichstätte, seiner Justirung und Behandlung geben, darauf die Verifikation des Normalstabes beim Längen-Comparator und die Bestimmung seiner absoluten Ausdehnung in der Wärme und endlich die Bestimmung der Ausdehnung und der wahren Länge des neuen Längen-Maasses und seiner beiden Copien folgen lassen; im dritten, ausschliesslich von den Wägungen handelnden Abschnitt werde ich wieder zuerst von neuen Urstand und von den Wägungen überhaupt und ihren Reductionen auf den leeren Raum sprechen, darauf die beschriebenen Instrumente und Hilfsmasse der Eichstätte, sowie ihre Prüfung beschreiben, sodann die Bestimmung der specifischen Gewichte erörtern und endlich die Verifikation des neuen Urpundes und seiner zwei Copien mittheilen.

Ich kann diese Einleitung nicht schliessen, ohne den HHrn. Bundesrath *Vögel*, *Fuchs* und *Schwek*, welche der Reihe nach als Chefs des Departements des Innern diese Arbeiten

I. Abschnitt.

Die Urmaasse in Paris und die neuen Muttermaasse für die Schweiz.

§ 1. Bericht über die Arbeiten zur Beschaffung neuer Muttermaasse für die Schweiz in den Jahren 1863 und 1864.

Ich gebe zunächst im Wesentlichen ganz unverändert den dem Bundesrathe von Herrn *Mousson* und mir über die Pariser Mission abgestatteten Bericht.

Tit. I.

Nachdem der h. Bundesrath unterm 19. September 1862 auf Antrag des Departements des Innern die Reform der schweizerischen Muttermaasse (Meter und Kilogramm) beschlossen hatte, übertrug er am 5. November desselben Jahres diese Arbeit den Unterzeichneten und bezeichnete sie zu dem Ende als Abgeordnete nach Paris. Dieselben glauben nunmehr, sich dieses Auftrages so gut, als es die obwaltenden Umstände gestatteten, entledigt zu haben, und legen daher hiemit von dem Verlauf und Erfolg ihrer Mission dem h. Bundesrathe geziemend Rechenschaft ab.

Sofort nach Ernennung zu Abgeordneten nach Paris begannen die Unterzeichneten damit, die nöthigen Vorbereitungen für die in Paris auszuführenden Maassvergleichen zu treffen. Zunächst hielten sie die Anschaffung von neuen Muttermaassen für durchaus nothwendig. Die bisherigen Muttermaasse, das unvergoldete Kilogramm von Messing und das Meter à bout von Eisen, sind nämlich nicht bloss durch unvorsichtigen Gebrauch und mangelhafte Aufbewahrung unzuverlässig geworden, sondern auch aus Materialien angefertigt, welche eine Unveränderlichkeit der Maasse nicht einmal auf kürzere Zeit garantiren. Demgemäss wurde bei *Steinheil* in München, einem der zuverlässigsten Arbeiter in solchen Dingen, ein Meter von Krystallglas mit sphärischen Endflächen und ein Kilogramm von Bergkrystall bestellt. Zugleich liessen wir bei den zuständigen Behörden in Paris durch Vermittlung des schweizerischen Ministers, Hrn. Dr. *Kern*, daselbst Erkundigungen darüber einziehen, ob und

welche Comparatoren uns dort für unsere Messungen zur Disposition gestellt werden könnten. Die Antwort lautete insofern befriedigend, als man uns die Benutzung einer Waage, die bei 1 Kilogramm Belastung beiderseits noch 0,1 Milligramm anzeige, sowie eines Längencomparators, der noch 0,0001 Millimeter erkennen lasse, zusicherte. Da indessen die nähere Einrichtung des letztern nicht angegeben war und wir befürchteten, es könnte möglicherweise das Glasmeter damit nicht verglichen werden, so beschlossen wir, der Sicherheit halber durch die zuständigen Behörden in Paris bei dem mit der Construction officieller Maasse und Gewichte betrauten Mechaniker ein jedenfalls passendes Metallmeter anfertigen zu lassen. Die eingezogenen Erkundigungen ergaben im Uebrigen über die französischen Urmaasse und die mit deren Ueberwachung beauftragten Behörden Folgendes:

Die eigentlichen Urmaasse, bestehend aus einem Kilogramm und einem Meter à bout von Platin, werden in den Archiven des Kaiserreichs in einem feuerfesten eisernen Schranke aufbewahrt und stehen daselbst unter der unmittelbaren Aufsicht des Directors der Archive. Copieen dieser Urmaasse aus demselben Metall und von gleicher Form wie diese sind im Conservatoire des Arts et Métiers deponirt und befinden sich da unter der unmittelbaren Obhut des Conservators der Sammlungen, Herrn *Silbermann* und der Oberaufsicht des Directors und Underdirectors des Conservatoire, Herren General *Morin* und Professor *Tresca*. Gemäss einem neuen Decret sind diese letztern Copieen allein zu den Vergleichen mit inländischen und ausländischen Maassen bestimmt und nur in ausserordentlichen Fällen, z. B. wenn Zweifel über ihre Richtigkeit entstanden sind, sollen Vergleichen in den Archiven mit den eigentlichen Urmaassen zulässig sein. Zur Ausführung solcher Vergleichen befinden sich im Uebrigen auch nur im Conservatoire des Arts et Métiers die nöthigen Hülfsinstrumente. Das ganze Maass- und Gewichtswesen in Frankreich endlich ist unter das Ministerium des Handels, Ackerbaues und der öffentlichen Arbeiten gestellt.

Ende März 1863 nahm der Eine von uns bei Steinheil in München die bestellten Maasse selbst in Empfang. Leider war das Kilogramm, statt aus reinem Bergkrystall, aus Rosenquarz angefertigt worden und musste als unzuverlässig zurückgewiesen werden, wofür uns dann Herr Steinheil ein von ihm in Paris bereits früher verglichenes vergoldetes Messingkilogramm überliess. Ein Kilogramm von Krystallglas, welches wir für einen andern Zweck ebenfalls bei Steinheil hatten anfertigen lassen, wurde nunmehr auch nach Paris zur Vergleichung mitgenommen. Ausserdem wurden noch ein Satz kleiner kugelförmiger Bergkrystallgewichte, von 1 Gramm bis zu 1 Milligramm gehend, und zwei Geissler'sche Normalthermometer der eidgenössischen Eichstätte, welche der Eine von uns vorher sorgfältig geprüft hatte, beigelegt.

Nach unserm Eintreffen in Paris am 15. April 1863 thaten wir sogleich die nöthigen Schritte, um unsere Arbeiten so bald als möglich beginnen zu können. Wir präsentirten uns demgemäss zunächst dem schweizerischen Minister und darauf den Vorgesetzten des Conservatoire des Arts et Métiers, wo wir dem Obigen zufolge unsere Messungen auszuführen hatten. Leider ergab sich gleich, dass trotz unserer Mahnbriefe wenig Vorbereitungen für unsere Vergleichen gettoffen worden waren und dass auch die Mechaniker, Gebrüder *Collot*, das bei ihnen durch die Vermittlung des Herrn *Silbermann* bestellte Messingmeter noch nicht ganz vollendet hatten. Wir konnten daher erst am 21. April unsere Arbeiten im Conservatoire mit der Untersuchung der uns zur Disposition gestellten Vergleichsinstrumente beginnen. Dieselben bestanden in einer Waage von *Bianchi* und in einem nach den Angaben *Silbermann's* von Brunner construirten Längencomparator. Der Zustand der Waage befriedigte uns ganz; sie gab nämlich bei einer Belastung von 1 Kilogramm beiderseits für 0,1 Milligramm einen Ausschlag von nahe einem Scalentheil. Leider waren die Waagschalen so klein, dass unser Glaskilogramm nicht darauf gebracht werden konnte; wir blieben daher für die Vergleichung auf das vergoldete Messingkilogramm angewiesen. Da uns aber ein solches allein nicht die gehörige Sicherheit darzubieten schien, so bestellten wir auf das Anrathen der Herren *Silbermann* und *Tresca* bei den Mechanikern *Collot* ein Platinkilogramm mit der Bedingung, dass dasselbe genau gleich construiert werden solle, wie zwei von denselben zugleich für das Conservatoire auszuführende neue Platinkilogramme. Alle drei sollten nämlich möglichst genau dasselbe Gewicht und dasselbe Volumen wie das Urkilogramm der Archive haben. Die Vergleichung dieses Platinkilogramms musste, da dessen Ausführung längere Zeit erheischte, einer spätern Abordnung vorbehalten bleiben. Um aber in der Zwischenzeit wenigstens ein provisorisches Muttermaass zur Disposition zu haben, wurde eine sorgfältige Vergleichung des vergoldeten Messingkilogramms von Steinheil mit dem Platinkilogramm des Conservatoire angestellt.

Umständlicher und weniger befriedigend war die Untersuchung des Längencomparators von *Silbermann*, dessen nähere Einrichtung in dem Bulletin de la Société d'Encouragement Nr. DXC, pag. 462, beschrieben und abgebildet ist.¹⁾ Derselbe liess allerdings noch 0,0001 Millimeter erkennen, allein bei den Messungen ergaben sich zwischen aufeinander folgenden Versuchen für die Länge eines und desselben Meterstabes Differenzen bis zu 0,01 Millimeter. Diese grosse Unsicherheit war wohl zum Theil dem Umstande zuzuschreiben,

¹⁾ Eine kurze Beschreibung der wesentlichen Theile dieses Comparators findet sich auch in dem Verbalprocess über die Metervergleichung in Paris, siehe § 2.

dass der ganze Apparat sammt den Meterstäben in einen Trog mit gestossenem Eise gesetzt und mit letzterm bedeckt wurde, um die wahre Länge unsers Meters bei 0° zu erhalten; zum Theil wurde sie aber auch durch die mangelhafte Construction des Comparators selbst bedingt, da bei demselben die unveränderte Entfernung der Drehungsaxen der Fühlhebel nicht gehörig garantirt, sowie die freie Ausdehnung der aufgelegten Stäbe gehemmt war. Nach vielen Vorversuchen mehrmaliger Reinigung und sorgfältiger Prüfung aller Theile des Apparates gelangten wir zur Ueberzeugung, dass für eine einzelne Messung ohne wesentliche Veränderungen an demselben keine grössere Genauigkeit als $\frac{1}{100}$ Millimeter zu erzielen sei. Da aber die Ausführung solcher Veränderungen zu viel Zeit beansprucht hätte, so beschlossen wir, behufs Erreichung einer grössern Genauigkeit das Mittel aus einer grössern Zahl von Messungen zu nehmen. Leider machte es die Einrichtung der Fühlhebel unmöglich, unser mitgebrachtes Glasmeter mit sphärischen Endflächen zu vergleichen; wir mussten uns also zu dem Ende auf das inzwischen fertig gewordene Meter von *Collot* beschränken. Es ist diess ein Stab von Messing mit planen Endflächen, in deren Mitte breite Goldstifte eingelassen sind.

Sowohl die Wägungen als die Messungen mit dem Längencomparator wurden in der nach Südost gelegenen Gallerie des Conservatoire ausgeführt, in welcher die auf Mass und Gewicht bezüglichen Gegenstände aufbewahrt werden. Diese weite Gallerie ist zu ebener Erde gelegen, hat einen steinernen Fussboden und ist, abgesehen von der Strahlung der Sonne während des Vormittags, wegen der Constanz der Temperatur sehr zu solchen Operationen geeignet.

Sämmtliche unmittelbare Beobachtungen wurden sofort in das Beobachtungsjournal der eidgen. Normal-Eichstätte eingetragen.

Die Vergleichen unsers vergoldeten Messingkilogramms mit dem Platinkilogramm des Conservatoire erfolgten am 24., 25. und 28. April. Da dieses Kilogramm nur ein provisorisches Muttermass sein sollte, so wurden dieselben von den Unterzeichneten allein ausgeführt und auch der beigelegte Verbalprocess darüber nur von uns aufgenommen und unterzeichnet.¹⁾ Diesem Verbalprocess zufolge, auf den wir in Betreff aller nähern Details verweisen, ist im luftleeren Raum das vergoldete Messingkilogramm oder das provisorische Muttermaass des Gewichts für die Schweiz (S) um 10,61 Milligramme leichter als das ältere Platinkilogramm des Conservatoire des Arts et Métiers (C).

¹⁾ S. § 2.

Dieses Resultat unserer Messungen kann dazu dienen, die Abweichung unsers provisorischen Muttermaasses von dem allein authentischen Maasse, dem Urkilogramm der Archive zu finden, wenn man damit die in den Jahren 1859 und 1860 von den Herren *Régnault*, *Morin* und *Brix* ausgeführte sorgfältige Vergleichung des ältern Kilogramms des Conservatoire mit dem der Archive kombinirt. Dieselbe ist in dem auf Befehl der preussischen Regierung im Jahr 1861 zu Berlin veröffentlichten Werke: »Rapport sur les comparaisons qui ont été faites à Paris en 1859 et 1860 de plusieurs kilogrammes en platine et en laiton avec le Kilogramme prototype en platine des Archives Impériales« enthalten. Zuzufolge pag. 37 des letztern war damals das ältere Platinkilogramm des Conservatoire des Arts et Métiers (C) im luftleeren Raum um 2,02 Milligramme schwerer, als das Urkilogramm von Platin der Archive (A).

Ueber die definitiven Vergleichen des neuen schweizerischen Muttermeters von Messing mit dem Platinmeter des Conservatoire des Arts et Métiers, vom 2. und 4. Mai, ist von den Herrn *Tresca*, *Silbermann* und den Unterzeichneten ein besonderer Verbalprocess aufgestellt worden, der alle nähern Angaben enthält. ¹⁾ Das Resultat dieser Messungen war, dass im schmelzenden Eise, also bei 0°, das neue schweizerische Muttermeter von Messing (M) im Mittel um 0,00525 Millimeter kürzer sei ²⁾ als das Platinmeter des Conservatoire des Arts et Métiers (P'), welche Zahl aber noch mit einer Unsicherheit von ungefähr $\frac{1}{300}$ Millimeter behaftet sei. Der Werth dieser Vergleichung wurde vor der Hand auch noch dadurch vermindert, dass damals eine neuere Vergleichung des Meters des Conservatoire mit dem der Archive bei 0° noch nicht stattgefunden hatte, auch die Ausdehnungscoefficienten dieser beiden Stäbe nicht genau bekannt waren. Da indessen die Eintauchung des Meters der Archive in Eis nicht gestattet ist, so war zur Zeit unserer Anwesenheit in Paris eine Vergleichung beider bei 0° nicht möglich. Wir entschlossen uns daher, für diesmal nicht weiter zu gehen, und kehrten nach Unterzeichnung des Verbalprocesses sofort nach der Schweiz zurück, wo wir das vergoldete Messingkilogramm und das neue Muttermeter vorläufig in der eidgen. Normal-Eichstätte wohlverwahrt deponirten.

Die Direction des Conservatoire des Arts et Métiers hatte uns, wie es übrigens auch im Verbalprocesse über die obige Metervergleichung angedeutet ist, versprochen, zunächst den Längencomparator des Hrn. *Silbermann* etwas verbessern und dann im Laufe des Win-

¹⁾ S. § 3 A.

²⁾ S. § 3 C.

ters in der Nähe von 0° eine Vergleichung der Meter des Conservatoire und der Archive anstellen zu lassen. Zugleich wollte sie dafür besorgt sein, dass unser Platinkilogramm bis zum nächsten Frühjahr zur Verification bereit und ihr eigenes neues Platinkilogramm ebenfalls in der Nähe von 0° mit dem der Archive verglichen worden sei. Nach Vollendung dieser Vorarbeiten sollte dann einer zweiten genauern Vergleichung unserer neuen Muttermaasse mit den Platinamaassen des Conservatoire des Arts et Métiers nichts im Wege stehen.

Unterm 6. März 1864 erhielten wir in der That von Hrn. *Tresca*, dem Unterdirector des Conservatoire des Arts et Métiers, ein Schreiben, in welchem er uns die Vollendung der oben erwähnten Vorarbeiten, insbesondere also der Vergleichung der Platinamaasse des Conservatoire mit den Urmaassen der Archive bei einer Temperatur von $1^{\circ},5$ anzeigte und uns zur Vollendung unserer Messungen einlud.

Der h. Bundesrath beschloss demzufolge in seiner Sitzung vom 14. März auf Antrag des Departements des Innern eine zweite Mission der Unterzeichneten nach Paris, worauf wir sofort die wenigen hiezu nothwendigen Vorbereitungen trafen. Das Muttermeter von Messing wurde auf's sorgfältigste so eingepackt, dass es bequem in horizontaler Lage getragen werden konnte; ausserdem nahmen wir noch den Satz kleiner Bergkrystall-Gewichtchen und die beiden schon früher gebrauchten Normalthermometer von Geissler mit, deren Normalpunkte nochmals vor der Abreise bestimmt wurden.

Die Unterzeichneten trafen am 2. April in Paris zusammen und konnten schon am 4. April ihre Arbeiten im Conservatoire des Arts et Métiers wieder aufnehmen. Wegen kleiner Aenderungen, die behufs Einlegung unseres Muttermeters in den Längencomparator an diesem noch nothwendig waren, begannen wir auch diesmal mit der Vergleichung der Gewichte. Zuerst wurden durch Abmessung der Dimensionen die Volumina der beiden zu vergleichenden Gewichte, nämlich des Platinakilogramms der Schweiz und des neuen Platinakilogramms des Conservatoire, bestimmt und dadurch als sehr nahezu gleich erfunden. Für die darauf folgenden Wägungen vermittelst derselben schon früher gebrauchten Waage von *Bianchi* gebrauchte man als Tara ein zweites, ebenfalls neues Platinakilogramm des Conservatoire, das auch gleiches Volumen mit dem vorigen hatte. Dadurch wurden also die Wägungen durchaus unabhängig von dem Dichtigkeitszustand der umgebenden Luft. Da sich nun hierbei während mehreren Tagen Störungen zeigten, die wir der Einwirkung der Sonnenstrahlung glaubten zuschreiben zu müssen, so verliessen wir das oben bezeichnete Local und stellten die Waage in einer kleinern gegen Nordwesten gelegenen Gallerie auf. Dieselben Unregelmässigkeiten traten indessen auch hier auf und verblieben, nachdem man durch Schirme jede Möglichkeit unregelmässiger Wärmestrahlung beseitigt hatte. Die Waage

musste also in der Zwischenzeit auf irgend eine Weise gelitten haben. Da keine andere zur Disposition gestellt werden konnte, so blieben nur zwei Auswege übrig: entweder dieselbe dem Verfertiger *Bianchi* zur Durchsicht und Reparatur zurückzugeben, oder aber aus einer grösseren Zahl von Beobachtungen die brauchbarsten auszuwählen. Wir zogen den letztern Weg als den viel kürzern vor, und gelangten so am 9. und 11. April zu befriedigenden Vergleichen. Auch hierüber wurde wieder von den Herren *Tresca*, *Silbermann* und den Unterzeichneten ein besonderer Verbalprocess aufgenommen, auf den wir in Betreff aller Details verweisen.¹⁾ Das Resultat der angestellten Untersuchungen ist darnach, dass das neue schweizerische Mutterkilogramm von Platina (C' 3) um 0,16 Milligramme schwerer ist, als das neue Platinakilogramm (C' 1) des Conservatoire des Arts et Métiers, und dass das Volumen beider als identisch betrachtet werden kann. Nach erfolgter Vergleichung wurde unser Kilogramm durch den für alle solche Bezeichnungen verwendeten Angestellten des Conservatoire mit dem Stempel C des Conservatoire und der Ziffer 3 versehen. Da diese Stempelung in unserer Gegenwart mit der gehörigen Vorsicht ausgeführt wurde, so kann das absolute Gewicht und Volumen unsers Kilogramms dadurch keine merkliche Veränderung erfahren haben. Die Ziffer 3 soll bedeuten, dass unser Mutterkilogramm in der Reihe derjenigen Platinakilogramme, welche gleiches Volumen mit dem Urkilogramm der Archive haben, das dritte sei.

Die Vergleichung der Meterstäbe nach Verbesserung des Längencomparators in der Zwischenzeit machte diesmal um so weniger Schwierigkeiten, als wir von der Anwendung des Eises zu abstrahiren und bei der Temperatur der Umgebung zu operiren beschlossen. Zwei Serien von Beobachtungen wurden demgemäss in derselben Gallerie, die zu den definitiven Wägungen benutzt wurde, bei Temperaturen von 9°,37 und 8°,69 C. angestellt, zwei andere in einem Zimmer, das auf 20°,65 und 25°,06 geheizt war. Die Beobachtungen vom 11. April bei 20°,65 wurden verworfen, da sich aus denselben deutlich ergab, dass noch nicht alle Theile des Apparates diese höhere Temperatur angenommen hatten. Die Resultate der übrigen am 8., 9. und 12. April angestellten Beobachtungen waren, dass unser neues schweizerisches Muttermeter von Messing (M) bei 8°,69 C. um 0,08062, bei 9°,37 um 0,08766 und bei 25°,06 um 0,24292 Millimeter länger sei als das Platinameter des Conservatoire des Arts et Métiers (P'). Der mittlere Fehler dieser Bestimmungen kann nicht mehr als $\frac{1}{300}$ Millimeter betragen. Die nähern Angaben hierüber sind ebenfalls in einem Verbalprocesse niedergelegt, welcher als Ergänzung des letztjährigen diesem angehängt wurde.²⁾

¹⁾ S. § 4. ²⁾ S. § 3 B.

Da uns unter den obwaltenden Umständen eine grössere Präcision der Vergleichungsergebnisse durch weitere Beobachtungen nicht sicher erreichbar schien, so wurden die letztern hiemit abgeschlossen, die Verbalprocesse abgefasst, sämmtliche in Doppeln ausgefertigt und unterzeichnet. Das eine Doppel wird im Conservatoire des Arts et Métiers deponirt, das andere dem h. Bundesrath auf diplomatischem Wege übermittelt werden. Auf unsern ausdrücklichen Wunsch wird dem letztern auch eine Copie des Verbalprocesses beigefügt werden, welcher über die schon oben erwähnte Vergleichung der Platinamaasse des Conservatoire mit den Urmaassen der Archive aufgenommen wurde.¹⁾ Dieselbe ist letzten Winter durch eine besondere Commission, bestehend aus den HHrn. *Morin, Tresca, Silbermann* und *Froment* ausgeführt worden und verschafft unsern eigenen Messungen die Möglichkeit der Zurückführung auf die eigentlichen Urmaasse in den Archiven und damit allein einen authentischen Werth. Gemäss diesen letztern Vergleichen ist das neue Platinakilogramm des Conservatoire (C' 1), bei 1°,25 (und also unzweifelhaft auch bei 0°) um 0,72 Milligramme schwerer als das Urkilogramm der Archive (A), dessen Volumen mit dem seinigen als identisch betrachtet werden kann, und das Platinameter des Conservatoire (P') bei 1°,24 um 0,00329 Millimeter länger als das Urmeter der Archive (P). Da die letztern Stäbe zu gleicher Zeit angefertigt worden sind und daher gewiss sehr nahezu dieselbe Ausdehnung besitzen, so gilt vorstehender Werth unzweifelhaft auch für 0°.

Ehe wir gemäss diesen und den früheren Angaben die wahren, auf die Urmaasse der Archive bezogenen Grössen unserer Muttermaasse und damit das eigentlich angestrebte Resultat unserer Arbeiten aufführen, halten wir es für zweckmässig, folgende Zusammenstellung der dabei gebrauchten Maasse, ihrer Bezeichnung u. s. w. vorhergehen zu lassen.

Definition der Maasse.	Bezeichnung der Maasse und Resultat der Vergleichen.	Beobachter.
Platinkilogramm der Archive	A	—
Aelteres Platinkilogramm des Conservatoire	$C = A + 2,02^{\text{mgr.}}$	} im leeren Raum. Régault, Morin und Brix.
Neueres Platinkilogramm des Conservatoire	$C' 1 = A + 0,72^{\text{mgr.}}$	
		Morin, Silbermann, Tresca, Froment.

¹⁾ S. Anhang § 5.

Definition der Maasse.	Bezeichnung der Maasse und Resultat der Vergleichen.	Beobachter.
Platinkilogramm der Schweiz, als Muttermaass	$C' 3 = C' 1 + 0,16^{\text{mgr.}}$	Tresca, Silbermann, Mousson, Wild.
Vergoldetes Messing-Kilo- gramm, als provisorisches Muttermaass	$S = C - 10,61^{\text{mgr.}}$	Mousson, Wild.
Platinmeter der Archive . .	P (A)	—
Platinmeter des Conservatoire	$P' (c) = P + 0,00329^{\text{mm.}}$ bei $1^{\circ},24 \text{ C.}$	Morin, Silbermann, Tresca, Froment.
Messingmeter der Schweiz, als neues Muttermaass .	$M (s) = P' - 0,00525 \gg 0^{\circ},00$ $= P' + 0,08062 \gg 8^{\circ},69$ $= P' + 0,08766 \gg 9^{\circ},37$ $= P' + 0,24292 \gg 25^{\circ},06$	Tresca, Silbermann, Mousson, Wild.

Es ist demnach, bezogen auf das Urkilogramm der Archive, das wahre Gewicht des

schweizerischen Mutterkilogramms von Platin: 1000,00088 Gramm,
und des vergoldeten Messingkilogramms 999,99141 »

oder es ist das schweizerische Mutterkilogramm von Platin um 0,88 Milligramm schwerer, dagegen das vergoldete Messingkilogramm um 8,59 Milligramme leichter als das Urkilogramm von Platin der Archive in Paris.

Die aufgeführten Resultate für die Längendifferenz des Messingmeters und Platinmeters des Conservatoire bei $8^{\circ},69$, $9^{\circ},37$ und $25^{\circ},06$ können zunächst dazu benutzt werden, ihren gesuchten Längenunterschied bei 0° zu berechnen. Man hat nämlich allgemein für zwei Maasse, deren Längen bei 0° , respective l_0 und l'_0 , und deren lineare Ausdehnungscoefficienten für 1° C. , respective m und p , sind, wenn man ihre Längendifferenz bei 0° mit a , bei t_1 mit b_1 und bei t_2 mit b_2 bezeichnet, die drei Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 l_0 &= l'_0 + a, \\
 l_0 (1 + m t_1) &= l'_0 (1 + p t_1) + b_1, \\
 l_0 (1 + m t_2) &= l'_0 (1 + p t_2) + b_2.
 \end{aligned}$$

Aus diesen drei Gleichungen findet man aber:

$$a = \frac{b_1 t_2 - b_2 t_1}{t_2 - t_1},$$

wonach sich also in der That die Längendifferenz bei 0° ohne Kenntniss der noch nicht ermittelten Ausdehnungscoefficienten berechnen lässt. Setzt man $t_2 = 25^{\circ},06$ und für t_1 das eine Mal $8^{\circ},69$ und dann $9^{\circ},37$, sowie für b_2 und b_1 die entsprechenden Werthe, so ergibt sich:

$$a = - 0,0055369 \text{ und } = - 0,0050606$$

$$\text{oder im Mittel} \quad a = - 0,0052987^{\text{mm}}$$

wofür wir kürzer $0,00530^{\text{mm}}$ setzen können. Die Beobachtungen im Jahre 1864 ergeben somit, dass unser Muttermeter von Messing bei 0° um 0,00530 Millimeter kürzer sei als das Platinameter des Conservatoire des Arts et Métiers, ein Werth, der nahezu identisch ist mit dem im vorigen Jahr direct bei 0° gefundenen. Im Mittel ist daher:

$$M = P' - 0,00528^{\text{mm}} \text{ bei } 0^{\circ}.$$

Dies combinirt mit der Vergleichung von P und P', ergibt als schliessliches Resultat, dass, bezogen auf das Urmeter der Archive, die wahre Länge des schweizerischen Muttermeters von Messing bei 0° 0,99999801 Meter sei, oder dass das schweizerische Muttermeter von Messing bei 0° um 0,00199 Millimeter kürzer sei als das Urmeter von Platin der Archive in Paris.

Auf ihr Ansuchen hin wurde nun ferner den Abgeordneten bereitwilligst gestattet, die Urmaasse in den Archiven selbst besichtigen zu dürfen. Aus diesem Augenschein erhielten wir die Ueberzeugung, dass die französischen Urmaasse trotz ihrer sorgfältigen Aufbewahrung im Laufe der Zeit etwas gelitten haben, wahrscheinlich durch unvorsichtige Behandlung bei den mannigfachen Vergleichungen, zu welchen sie gedient haben. Die neuere Maassregel, dass dieselben in Zukunft nur in Ausnahmefällen bei Vergleichungen benutzt werden sollen, scheint uns daher sehr gerechtfertigt.

Unsere neueren Muttermaasse wurden für die Reise auf's Beste verpackt und unter unserer steten unmittelbaren Obhut nach Bern zurückgebracht, wo wir sie in der eidgenössischen Normal-Eichstätte deponirten. Die Schlüssel zu den Etais, in denen sie sich befinden, hat der Eine von uns vorläufig in Verwahrung genommen.

Indem wir hiemit unsern Bericht schliessen, bleibt uns bloss noch zu erwähnen, dass Herr Professor *Tresca*, Unterdirector des Conservatoire des Arts et Métiers, sich in höchst

aner kennenswerthen Weise unserer Arbeiten angenommen und fortwährend selbst dabei theiligt hat. Andererseits fühlen wir uns verpflichtet, unserm Minister in Paris, Herrn Dr. Kern, für seine wirksame Unterstützung und freundliche Aufnahme auch hier unsern besten Dank auszusprechen.

BERN, den 31. Juli 1864.

Die Abgeordneten nach Paris behufs Erhebung und Erhaltung
neuer Muttermaasse für die Schweiz:

Dr. H. Wild, Professor.

Dr. A. M. Mousson, Professor.

§ 2. Verbal-Process über die Vergleichung des Messingkilogramms von Steinheil mit dem ältern Platinakilogramm des Conservatoire.

Das vergoldete Messingkilogramm von Steinheil, das zum provisorischen Muttermaass der Schweiz gewählt worden war und bei den Aufzeichnungen der Beobachtungen mit S bezeichnet wurde, stellt einen Cylinder dar, dessen Höhe und Durchmesser nahezu gleich und dessen scharfe Kanten oben und unten durch schiefe, angedrehte Flächen gebrochen sind; dasselbe ist aus Einem Stücke und stark vergoldet. Nach den uns gütigst mitgetheilten Beobachtungen von Steinheil ist das specifische Gewicht desselben bei 0° gleich 8,14454 und der cubische Ausdehnungscoëfficient für 1° C gleich 0,000056346. Im Jahre 1844 soll dasselbe zufolge der damaligen Vergleichen des Herrn Steinheil in Paris im leeren Raume um 4,67 Milligramme leichter als das Archivkilogramm von Platin gewesen sein.

Das Platinkilogramm des Conservatoire des Arts et Métiers, das im Beobachtungsjournal und im Nachfolgenden mit C bezeichnet ist, stellt ebenso einen Cylinder dar, dessen Höhe und Durchmesser sehr nahe gleich und dessen Kanten ganz schwach abgerundet sind; dasselbe besteht aus einem Stücke. Zufolge der Beobachtungen der Herren Régnault, Morin und Brix in den Jahren 1859 und 1860 ist dieses Kilogramm im leeren Raum um 2,025 Milligramme schwerer als das Urkilogramm der Archive, und das Volumen desselben bei 0° gleich 52,1280 Cubik-Centimeter, also sein specifisches Gewicht bei 0° gleich 19,1836. Als cubischer Ausdehnungscoëfficient des Platins für 1° C ist die Zahl 0,00002580¹⁾ adoptirt worden.

¹⁾ S. § 29.

Zur Vergleichung dieser Gewichte diente eine Waage von *Bianchi*, welche Herr *Silbermann*, Conservator des Conservatoire des Arts et Métiers, so justirt hatte, dass sie eine Schwingungsdauer von ungefähr 100 Sekunden besass, und 0,1 Milligramm in der Nähe der Gleichgewichtslage beinahe 1 Scalenthail Ausschlag gab. Bei dieser Empfindlichkeit waren die Ausschläge den Uebergewichten nicht mehr proportional und konnten daher nicht zur Bestimmung der kleinen Gewichte dienen. Man benutzte demzufolge zur Ausgleichung der auf die Waagschalen gelegten Gewichte bis zu 1 Milligramm herunter einen Satz kugelförmiger Bergkrystall-Gewichtchen von *Steinheil* ¹⁾, und von da an bis zu 0,1 Milligramm Aluminium-Gewichtchen von Herrn *Silbermann*. Für die letztern ist eine Reduction auf den leeren Raum nicht mehr nothwendig, bei den erstern dagegen wurden hiezu die von *Steinheil* bestimmten Werthe adoptirt, wonach das specifische Gewicht des Bergkrystalls bei 0° gleich 2,65096 und der cubische Ausdehnungscoefficient desselben für 1° C. gleich 0,00003255 ist.

Die Temperatur der Luft im Waaggehäuse beobachteten wir an dem Geissler'schen Normalthermometer Nr. 1 der eidgenössischen Eichstätte ²⁾, welches in demselben aufgehängt wurde. Als Mittel aus den Normalpunctbestimmungen, welche laut Beobachtungsjournal in Bern vor und nach der Reise, sowie in Paris selbst angestellt wurden, ergab sich, dass von den Ablesungen an diesem Thermometer in runder Zahl 0°,1 abzuziehen sei.

Den Barometerstand endlich las man an einem Fortin'schen Gefässbarometer ab, dessen Nonius 0,05 Millimeter angab. Die Reduction der Ablesungen auf 0° geschah nach der Formel

$$h_0 = h_t (1 - 0,00016275 t). \text{ } ^3)$$

Eine Correction wegen der Capillarität schien in Anbetracht der ziemlich weiten Röhre um so weniger nothwendig, als eine besondere Rechnung lehrt ⁴⁾, dass für die Reduction unserer Wägung auf den leeren Raum mit einer Genauigkeit von 0,1 Milligramm der Barometerstand bloss bis auf 0,8^{mm}, die Temperatur bis auf 0°,3 und die absolute Feuchtigkeit bis auf 2,2^{mm} genau bestimmt zu werden braucht.

Die absolute Feuchtigkeit endlich oder die Spannung des Wasserdampfes in der Luft

¹⁾ Die an diesen Bergkrystallgewichten anzubringenden Correctionen sind später in der eidgenössischen Eichstätte bestimmt worden. S. § 25.

²⁾ Ueber die Verification des Thermometers s. § 26.

³⁾ S. § 27.

⁴⁾ S. § 23.

würde vermittelt eines neben das Waaggehäuse gestellten August'schen Psychrometers bestimmt, dessen trockenes Thermometer allein eine Correction und zwar von $-0^{\circ},1$ bedurfte. Aus den Ablesungen t und t_1 des trockenen und feuchten Thermometers und dem auf 0° reducirten Barometerstande h_0 berechnete man die Feuchtigkeit e nach der bekannten Formel:

$$e = e_s - h_0 (t - t_1) 0,0008.$$

Dabei entnahm man die Spannung e_s des für die Temperatur t , gesättigten Wasserdampfes den Régnault'schen Tafeln. ¹⁾ Die Wägungen nach der Borda'schen Methode, wobei Herr *Silbermann* stets das Auflegen und Entfernen der Gewichte besorgte und die Unterzeichneten die Ablesungen des Zeigerstandes vermittelt eines Fernrohrs ausführten, ferner ein verplatinirtes Messingkilogramm als beständige Tara diente, ergaben unmittelbar folgende Resultate:

April	Const. Tara		Temperatur Geissler I.	Psychrometer		Barometer	
	gleich.	^{mgr.}		trocken.	feucht.	Stand. ^{mm}	Therm. att.
24.	C +	13,4	17 ⁰ ,0	16 ⁰ ,6	12 ⁰ ,1	771,29	16 ⁰ ,5
	S +	110,6	17,0	16,4	12,0	771,30	16,4
	C +	13,65	16,9	16,4	20,0	771,19	16,4
	S +	111,25	16,8	16,4	11,9	771,18	16,3
25.	S +	111,75	17,3	17,1	12,9	770,33	17,1
	C +	13,8	17,3	17,0	13,1	770,25	17,0
	S +	111,2	17,4	17,0	13,0	770,20	17,0
	C +	13,5	17,3	16,8	13,0	769,69	17,0
	S +	110,9	17,2	16,8	13,0	769,59	17,0
	C +	13,55	17,2	16,8	13,0	769,56	17,0
28.	C +	14,9	16,5	16,2	12,6	761,40	16,3
	S +	110,8	16,5	16,4	12,7	761,25	16,4
	C +	14,7	16,6	16,4	12,7	761,00	16,5

Bei der Berechnung dieser Beobachtungen haben wir nicht schlechtweg das Mittel aus allen Ergebnissen für das Gewicht C von einem Tage mit dem aus allen Resultaten für das Gewicht S des betreffenden Tages verglichen, sondern zunächst nur das Mittel aus zwei aufeinanderfolgenden Werthen für C mit der dazwischen liegenden Wägung von S und umgekehrt combinirt. Verfährt man so, corrigirt man die abgelesenen Temperaturen, wird das Barometer auf 0° reducirt und die absolute Feuchtigkeit berechnet, so erhält man folgende Daten:

¹⁾ S. im Uebrigen in Betreff der Feuchtigkeitsbestimmung vermittelt des Psychrometers § 28.

24. April. $S = C - 97,075^{\text{mgr.}} = C - 97,275^{\text{mgr.}}$

also im Mittel: $S = C - 97,175^{\text{mgr.}}$ und dazu:

$t = 16^{\circ},83$ $h_0 = 769,20^{\text{mm}}$ $e = 7,78^{\text{mm}}$

25. April. 1) $S = C - 97,675 = C - 97,550$

also im Mittel: $S = C - 97,612$ und dazu:

$t = 17^{\circ},23$ $h_0 = 768,01^{\text{mm}}$ $e = 8,76^{\text{mm}}$

25. April. 2) $S = C - 97,550^{\text{mgr.}} = C - 97,375^{\text{mgr.}}$

also im Mittel: $S = C - 97,463$ und dazu:

$t = 17^{\circ},18$ $h_0 = 767,65^{\text{mm}}$ $e = 8,88^{\text{mm}}$

28. April $S = C - 96,000^{\text{mgr.}}$ und dazu:

$t = 16^{\circ},43$ $h_0 = 759,21^{\text{mm}}$ $e = 8,68^{\text{mm}}$

Die Reduction der einzelnen in diesen Beobachtungsdaten vorkommenden Gewichte auf den leeren Raum wurden nach der Formel:

$$G' = G \left\{ 1 - \frac{0,001293187 (h_0 - 0,37792 e) (1 + q t)}{760 (1 + 0,003665 t) S_0} \right\}$$

ausgeführt, wo G das wahre Gewicht im leeren Raume, G' das Gewicht des Körpers in der Luft bei der Temperatur t, dem Barometerstand h_0 und der Feuchtigkeit e, endlich S_0 das specifische Gewicht dieses Körpers bei 0° und q sein cubischer Ausdehnungscoefficient für $1^{\circ} \text{ C.}^1)$

Folgendes sind die Resultate der Reductionen vorstehender Daten auf den leeren Raum:

$$\left. \begin{array}{l} 24. \text{ April: } S = C - 10,320^{\text{mgr.}} \\ 25. \text{ » } 1): S = C - 10,987 \\ 25. \text{ » } 2): S = C - 10,838 \\ 28. \text{ » } : S = C - 10,305 \end{array} \right\} \text{ also im Mittel: } S = C - 10,613^{\text{mgr.}}$$

Im Mittel aus unsern Beobachtungen ist somit das vergoldete Messingkilogramm oder das provisorische Mutterkilogramm der Schweiz: S um 10,613 Milligramme im luftleeren Raume leichter als das Platinakilogramm C des Conservatoire des Arts et Métiers.

¹⁾ Ueber die Ableitung und Berechtigung dieser Formel s. § 23.

Zufolge der oben angeführten Vergleichung aber von *Régnault*, *Brix* und *Morin* ist das Platinakilogramm des Conservatoire des Arts et Métiers C im luftleeren Raum um 2,025 Milligramme schwerer als das Urkilogramm der Archive; es ist demnach bezogen auf dieses Urkilogramm das wahre Gewicht unsers vergoldeten Messingkilogramms oder des provisorischen Mutterkilogramms der Schweiz:
 $S = 999,991412$ Gramm,
oder es ist dieses Messingkilogramm im leeren Raum um 8,588 Milligramme leichter als das Urkilogramm der Archive in Paris.

BERN, 30. Juni 1864.

Die Abgeordneten nach Paris behufs Erhebung und Erhaltung
neuer Muttermaasse für die Schweiz:

Dr. H. Wild, Professor.

Dr. A. M. Mousson, Professor.

§ 3. Procès-Verbal de vérification du mètre étalon de la Confédération suisse.

A. VÉRIFICATION EN 1863.

Par décision du Conseil fédéral suisse en date du 5 Novembre 1862, M. *Wild*, Inspecteur-général des Poids et Mesures, Professeur à l'Université de Berne, et M. *Mousson*, Professeur à l'École Polytechnique de Zurich, ont été chargés de faire, conjointement avec les personnes désignées par l'Administration française, la comparaison, avec les étalons français, des étalons de longueur et de poids destinés à la Confédération suisse.

Le Gouvernement fédéral s'est adressé à cet effet à Son Excellence le Ministre des Affaires étrangères de l'Empire français, et, à la suite des communications échangées, M. le Général *Morin*, Membre de l'Institut, Directeur du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers, a été chargé par Son Excellence le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, suivant décision en date du 27 Mars dernier, de représenter la France dans cette vérification, et de fournir aux délégués suisses les moyens d'accomplir leur mission.

M. *Tresca*, Professeur de Mécanique, Sous-Directeur du Conservatoire, et M. *Silbermann*, Conservateur des Collections de cet établissement, ont également suivi les opérations dans tous leurs détails.

MM. *Wild* et *Mousson*, s'étant rendus à Paris, ont, en ce qui concerne le kilogramme, préféré que la vérification officielle fût réservée pour l'époque à laquelle ils auraient à leur

disposition un kilogramme en platine dont ils ont confié l'exécution à MM. *Collot*, frères, dans les mêmes conditions que deux autres kilogrammes en platine que ces constructeurs exécutent en ce moment pour le Conservatoire Impérial des Arts et Métiers.

Le présent procès-verbal n'est en conséquence relatif qu'à la vérification du mètre étalon de la Confédération suisse. Les opérations ont eu pour objet de comparer ce mètre à 0° avec le mètre prototype du Conservatoire, qui a été reconnu précédemment conforme à 10° avec le même prototype, qui, construit à la même époque et avec le même platine, est aujourd'hui déposé aux Archives de l'Empire français, et dont l'immersion dans la glace n'a jamais été autorisée.

Le prototype servant aux comparaisons est désigné, dans les Collections du Conservatoire, sous le numéro 3296 (R. b. 2).

Le mètre de la Confédération suisse, exécuté par MM. *Collot frères*, est en laiton, à bout et à trait; le trait est formé à chaque extrémité par la ligne de raccordement de la règle et d'un talon vissé, avec interposition d'une lame d'or très-mince.

Les mouches en or qui déterminent la longueur du mètre à bout sont, l'une fixe, l'autre mobile au moyen d'une vis encastrée dans la règle, et dont la tête, également noyée, peut-être manœuvrée par une ouverture ménagée dans ce but; la vis est faite du même laiton que la règle.

Dimensions de la règle:	Largeur	0,036;
	Epaisseur	0,0063;
	Diamètre des mouches	0,0035.

L'instrument employé dans les opérations est le comparateur de M. *Silbermann*, exécuté par M. *Brunner*, et portant dans les collections du Conservatoire le numéro 4564 (R. e. 10).

Sur la tablette en fonte du comparateur repose, par cinq supports, une règle bi-métallique (platine et bronze), destinée à servir de base fixe: on s'assure de la constance de la longueur de cette règle au moyen d'une division solidaire avec la règle de bronze et d'un vernier qui correspond avec la règle de platine.

Au-dessus de cette règle bi-métallique on a placé, dans chaque expérience de vérification, deux règles en laiton destinées à porter chaque fois le mètre en comparaison, par les centres des deux mouches, en contact avec les touches de l'instrument.

Ces touches sont cylindriques, et elles correspondent à des leviers à bras verticaux dont les déplacements sont indiqués respectivement sur une double division différentielle avec lignes centrales servant de repères, par leur coïncidence observée à la loupe.

Le contact des touches avec la règle est déterminé à chaque bout par des ressorts; l'appareil est muni d'une vis à chaque extrémité: l'une de ces vis sert simplement à amener la règle à la position convenable pour que, par son contact avec la touche correspondante, elle ramène les lignes de repère en coïncidence; l'autre est une vis micrométrique dont le pas est d'un demi-millimètre, et dont la tête est formée d'un cadran divisé en cinq cents parties: un vernier permet de lire directement la dixième partie de chaque division, c'est-à-dire le dix millième de millimètre. C'est avec cette vis micrométrique que, dans chaque observation, les repères correspondants sont également amenés en coïncidence.

L'instrument tout entier est placé dans une auge rectangulaire en bois ayant pour largeur $0,10$, et pour hauteur $0,07$; cette auge est rehaussée par deux joues inclinées, destinées à retenir la glace qui doit couvrir entièrement les règles en comparaison.

Le fond de cette auge est un peu incliné, de manière que l'eau provenant de la fusion de la glace s'écoule goutte à goutte; elle repose sur un tréteau d'une grande stabilité.

Lors des opérations, tous les vides de l'auge étaient remplis de glace: afin d'éviter les courants d'air autour des règles en comparaison, et de les maintenir autant que possible mouillées par l'eau provenant de la fusion de la glace, on les a constamment recouvertes d'un tissu léger de coton sur lequel une couche supplémentaire de glace était uniformément répandue.

Les opérations préparatoires ont consisté à vérifier le fonctionnement de toutes les parties de l'instrument, à l'étudier dans tous ses détails, à régler approximativement la longueur de la règle, et, d'après les premières opérations, à clore l'ouverture par laquelle on manœuvre la vis qui porte la mouche mobile.

Cette clôture a été faite avec un mélange de résine et de cire.

Les opérations suivantes ont toutes été exécutées en conservant au mètre en vérification sa longueur définitive.

Chaque série d'expériences a été faite en plaçant alternativement sur le comparateur l'étalon en platine du Conservatoire et l'étalon en laiton de la Confédération suisse; ces deux étalons étaient maintenus dans la glace pendant toute la durée des opérations d'un même jour.

Expériences du Samedi 2 Mai 1863.

Toutes les pièces du comparateur ont été démontées, nettoyées, et sa tablette a été nivelée.
11 heures. Le mètre de platine est mis dans la glace.

1 heure. Le mètre de platine est déplacé et remis dans la glace.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
P'	1 h. 45 m.	MM. Wild	0,9397	10,00
		Silbermann	0,9398	10,00
	2 h. — m.	Tresca	0,9399	10,00
		Wild	0,9398	10,00
			0,9398	10,00

2 h. — m. Le mètre en laiton est déplacé sur la glace et mis sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
M.	2 h. 45 m.	MM. Wild	0,9409	9,60
		Tresca	0,9405	9,60
		Silbermann	0,9405	9,60
		Wild	0,9400	9,90
		Tresca	0,9408	9,90
		Silbermann	0,9405	9,90
		0,9405	—	

2 h. 45 m. Le mètre en platine est déplacé sur la glace et remis sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
P'	4 h. — m.	MM. Wild	0,9455	10,06
		Tresca	0,9450	10,08
		Silbermann	0,9454	10,08
			0,9453	—

4. h. — m. Le mètre en laiton est remplacé sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
M	4 h. 40 m.	MM. Silbermann	0,9415	10,04
		Wild	0,9407	10,04
		Tresca	0,9410	10,04
			<u>0,9411</u>	<u>—</u>

4 h. 50 m. On remplace le mètre en platine.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
P'	5 h. 30 m.	MM. Tresca	0,9443	10,04
		Mousson	0,9443	10,04
		Wild	0,9442	10,04
		Silbermann	0,9449	10,04
			0,9444	—

Il résulte des observations de ce jour que les lectures comparatives des deux mètres sont les suivantes :

P'	Mètre en platine	mill.	M	Mètre en laiton	mill.
		0,9398			0,9405
		0,9453			0,9411
		0,9444			—
	Moyenne	0,9432			0,9408
				Différence	0,0024

La lecture la plus grande est 0,9455

La lecture la plus grande est 0,9415

La lecture la plus petite est 0,9397

La lecture la plus petite est 0,9400

La différence de longueur entre les deux mètres serait, d'après la moyenne précédente, mesurée par 0,0024 mill. et eu égard au sens de la division du micromètre de la vis, l'étalon suisse serait plus court ¹⁾ que le mètre prototype de cette différence 0,0024 mill.

Il importe en outre de remarquer que les différentes lectures relatives au mètre en platine ont présenté entr'elles une différence maxima qui s'est élevée jusqu'à six millièmes de millimètre, et qu'il convient par conséquent de considérer cette fixation comme la limite du degré de précision que l'on peut obtenir avec le comparateur en opérant dans la glace fondante.

Le lundi 4 Mai, les mêmes opérations ont été successivement faites dans le même ordre.

9 h. 45 m. Le mètre en platine a été placé sur le comparateur, le mètre en laiton à côté, et le tout a été recouvert de glace.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.	
		mill.	mill.	
P	12 h. — m.	MM. Silbermann	0,9395	9,40
		Mousson	0,9398	9,40
		Tresca	0,9399	9,60
		Wild	0,9397	9,60
			0,9397	—

¹⁾ V. l'appendice C.

12 h. 30 m. Le mètre en laiton a été mis à la place du mètre en platine sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.		Lectures de la base.	
		mill.		mill.	
M	2 h. 10 m.	MM. Tresca	0,9332		9,80
		Silbermann	0,9332		9,80
		Wild	0,9325		9,70
		Mousson	0,9332		—
		Mousson	0,9326		—
		Tresca	0,9335		—
		Silbermann	0,9326		9,56
		Wild	0,9328		9,60
			0,9330		—

2 h. 20 m. Le mètre en platine a été mis à la place du mètre en laiton sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.		Lectures de la base.	
		mill.		mill.	
P'	3 h. 10 m.	MM. Wild	0,9464		10,26
		Silbermann	0,9470		10,24
		Tresca	0,9464		10,20
		Mousson	0,9467		10,26
			0,9466		—

3 h. 30 m. Le mètre en laiton a été mis à la place du mètre en platine sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.		Lectures de la base.	
		mill.		mill.	
M	3 h. 45 m.	MM. Mousson	0,9380		10,18
		Tresca	0,9382		10,16
		Silbermann	0,9386		10,22
		Wild	0,9388		10,18
	4 h. 20 m.	MM. Tresca	0,9386		10,20
		Silbermann	0,9388		10,18
		Mousson	0,9382		10,24
		Wild	0,9382		10,26
			0,9384		—

4 h. 20 m. Le mètre en platine a été mis à la place du mètre en laiton sur le comparateur.

		Lectures du micromètre.	Lectures de la base.
		mill.	mill.
P' 5 h. 40 m.	MM. Mousson	0,9452	10,34
	Tresca	0,9452	10,26
	Silbermann	0,9455	10,26
	Wild	0,9452	10,30
	Wild	0,9448	10,14
	Silbermann	0,9448	10,00
	Mousson	0,9449	10,00
	Tresca	0,9450	10,20
		0,9451	—

En récapitulant les résultats de ces diverses déterminations, on trouve:

		mill.			mill.
P'	Mètre en platine	0,9397	M	Mètre en laiton	0,9330
		0,9466			0,9384
		0,9451			—
	Moyenne	0,9438			0,9357
				Différence	0,0081

La lecture la plus grande est 0,9471

La lecture la plus grande est 0,9388

La lecture la plus petite est 0,9395

La lecture la plus petite est 0,9326

La différence de longueur entre les deux mètres serait, d'après la moyenne précédente, mesurée par 0,0081 mill., et, eu égard au sens de la division du micromètre de la vis, l'étalon suisse serait plus court ¹⁾ que le mètre prototype de cette différence 0,0081 mill.

Dans cette nouvelle série d'observations, l'on remarque encore que toutes les différences sont inférieures à sept millièmes de millimètre, mais qu'on ne peut compter sur une exactitude plus grande que ce dernier chiffre.

D'après les observations du 2 Mai, l'étalon suisse serait égal au mètre prototype du Conservatoire — 0,0024 ¹⁾

D'après les observations du 4 Mai, cet étalon serait égal au même mètre prototype — 0,0081

Moyenne — 0,00525

¹⁾ V. l'appendice C.

En conséquence de ces expériences, la valeur donnée par la moyenne des résultats des deux jours a été fixée à $-0,0000052^m$ 1) par rapport à l'étalon prototype du Conservatoire, avec une approximation probable de 5 millièmes de millimètre.

Dans le cas où l'Administration du Conservatoire pourrait obtenir des moyens de vérification plus exacts, les observations qui précèdent devraient être renouvelées.

Le Conseil fédéral suisse sera ultérieurement informé du résultat des comparaisons que la Direction du Conservatoire se réserve de faire, à la température 0°, entre son prototype et celui des Archives de l'Empire.

PARIS, le 6 Mai 1863. 1310,0

Général MORIN.

TRESCA.

H. WILD, Prof.

H. SILBERMANN.

Alb. MOUSSON, Prof.

B. VÉRIFICATION EN 1864.

La comparaison mentionnée au dernier paragraphe du procès-verbal qui précède, ayant été faite au commencement de l'exercice 1864, MM. Wild et Mousson se sont à nouveau rendus à Paris, et ils ont désiré que de nouvelles comparaisons fussent faites entre leur mètre étalon et celui du Conservatoire, d'abord à la température ambiante et sans immersion dans la glace, ensuite à une température plus élevée.

Ces comparaisons ont été effectuées sur le même comparateur que précédemment, tel qu'il a été modifié, dans quelques-uns de ses détails, pour la comparaison officielle ordonnée par M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, entre les prototypes du Conservatoire et ceux des Archives.

Les opérations dont il s'agit ont été poursuivies du 8 au 12 Avril 1864; elles comprennent trois séries distinctes dont les résultats sont consignés dans les tableaux suivants.

¹⁾ V. l'appendice C.

Tableau des nouvelles comparaisons

faites entre le mètre étalon de la Confédération suisse et le mètre prototype du Conservatoire.

OBSERVATIONS DU 8 AVRIL.

Désignation du mètre en expérience.	Lectures au cadran de la vis micrométrique du comparateur.		Températures observées	
			au thermomètre métallique.	au thermomètre de Geissler Nr. II.
Mètre suisse	M	P'		
	143,8	—	8,8	9,1
Mètre du Conservat ^{re}	—	60,5	8,8	9,1
S.	144,4	—	9,1	9,2
C.	—	58,8	9,2	9,3
S.	146,2	—	9,5	9,4
C.	—	58,2	9,4	9,4
S.	147,4	—	9,3	9,4
C.	—	57,1	9,6	9,6
S.	146,5	—	9,3	9,6
C.	—	55,4	9,7	9,6
Moyennes	145,66	58,0	9,27	9,37
Difference	87,66			

Observation. A cette température, le mètre suisse est plus long que celui du Conservatoire de 0,08766 mill.

OBSERVATIONS DU 9 AVRIL.

Désignation du mètre en expérience.	Lectures au cadran de la vis micrométrique du comparateur.		Températures observées	
			au thermomètre métallique.	au thermomètre de Geissler Nr. II.
Mètre du Conservat ^{re}	M	P'		
	—	65,7	7,8	8,2
Mètre suisse	144,3	—	8,5	8,4
C.	—	66,2	8,5	8,6
S.	144,6	—	8,9	8,7
C.	—	63,3	8,5	8,8
S.	146,1	—	8,8	9,1
C.	—	62,3	9,2	9,1
Moyennes	145,0	64,38	8,60	8,69
Difference	80,62			

Observation. A cette température, le mètre suisse est plus long que celui du Conservatoire de 0,08062 mill.

OBSERVATIONS DU 12 AVRIL.

Afin d'obtenir une température suffisamment éloignée de zéro, le comparateur a été placé pendant 46 heures dans une chambre fortement chauffée, et l'on n'a commencé à noter les observations définitives qu'au moment où il a été constaté que l'instrument avait pris, dans toutes ses parties, la température ambiante.

Désignation du mètre en expérience.	Lectures au cadran de la vis micrométrique du comparateur.	Températures observées.		
		au thermomètre métallique.	au thermomètre de Geissler Nr. II.	
Mètre du Conservatoire	M 438,1	P' —	25,2	24,8
C.	437,4	—	25,4	24,8
C.	437,6	—	25,6	24,9
Mètre suisse	—	678,0	25,7	25,0
S.	—	678,1	25,7	25,0
S.	—	677,8	25,8	25,0
C.	433,4	—	26,0	25,4
C.	431,5	—	25,9	25,3
C.	432,3	—	26,1	25,3
Moyennes	435,05	677,97	25,71	25,06
Différence	242,92			

Observation. A cette température, le mètre suisse est plus long que celui du Conservatoire de 0,24292 mill.

Ces observations ont été faites par MM. Tresca et Wild.

Les différences ont été calculées comme précédemment, chacune des divisions du cadran de la vis micrométrique correspondant à 1 millième de millimètre.

Les lectures faites sur le thermomètre métallique ont été diminuées de 1,2°, différence donnée par l'exposition de ce thermomètre sur un morceau de glace fondante.

Les lectures faites sur l'échelle du thermomètre de *Geissler*, appartenant à la Direction fédérale des Poids et Mesures, ont été diminuées de $0,2^{\circ}$, par suite d'une vérification précédemment faite à Berne par M. *Wild*.

Fait et signé à PARIS, au Conservatoire impérial des Arts et Métiers, le 12 Avril mil huit cent soixante-quatre.

H. TRESCA.

H. WILD, Prof.

H. SILBERMANN.

Alb. MOUSSON, Prof.

La présente copie, signée comme l'original, a été collationnée avec lui, pour être remise à la Confédération suisse.

PARIS, le 1^{er} Juin 1864.

Le Général de Division, Directeur du Conservatoire impérial des Arts et Métiers:

A. MORIN.

C. APPENDICE AU PROCÈS-VERBAL DE LA VÉRIFICATION DU MÈTRE ÉTALON
DE LA CONFÉDÉRATION SUISSE.

Une confrontation opérée par les soussignés entre les comparaisons du mètre faites dans les années 1863 et 1864, a fait voir que dans le procès-verbal de la première comparaison le sens de la différence de longueur trouvée à 0° entre le mètre de laiton de la Suisse et le mètre en platine du Conservatoire, n'est pas exactement indiqué, et que le résultat de cette comparaison doit être: *le mètre type en laiton de la Suisse est à 0° de 0,00525 millimètre plus COURT que le mètre en platine du Conservatoire des arts et métiers.*

Les deux séries d'observations de l'année 1863 ont donné, d'après pages 7 et 10 des procès-verbaux, comme moyenne des lectures du micromètre:

	Pour P'. mm.	Pour M. mm.	Différence.
1.	0,9432	0,9408	0,0024
2.	0,9438	0,9357	0,0081
Moyenne	0,93835	0,93825	0,00325

D'après une remarque consignée dans le journal des observations, savoir que pour des règles plus courtes au micromètre on lit un plus grand nombre, on a conclu de ces mesurages:

$$M. = P' + 0,00525^{\text{mm.}} \text{ à } 0^{\circ}.$$

Tandis qu'avec cette minime différence de longueur pour 0° il pouvait exister quelque incertitude sur le sens de celle-ci, cela n'était plus possible pour les mesurages faits en 1864 à une température plus élevée. Car le laiton se dilatant beaucoup plus que la platine, la règle de laiton devait, en tout cas, cette fois être plus longue que le mètre en platine. Les moyennes des lectures du micromètre de cette année, sont d'après pages 12 et 13 des procès-verbaux :

A la température.	Pour P. mm.	Pour M. mm.	Différence. mm.
9° 37	0,05800	0,14566	0,08766
8, 69	0,06438	0,14500	0,08062
25, 06	0,43505	0,67797	0,24292

Il s'ensuit incontestablement qu'à un plus grand nombre au micromètre correspond aussi une plus grande longueur du mètre respectif.

C'est ce que l'on voit aussi à la page 27 des procès-verbaux de la déclaration faite à ce sujet par la Commission française, ainsi que par les opérations antérieures de M. *Silbermann* (voir bulletin de la Société d'encouragement Nr. DXC).

La remarque consignée au journal des observations de 1863 n'est donc pas juste, et le résultat de la comparaison faite alors est *en réalité* :

$$M. = P' - 0,00525 \text{ à } 0^{\circ}.$$

Comme cette rectification ne concerne que le premier signe et peut-être considérée comme sûrement établie par la démonstration qui précède, nous n'avons pas hésité à l'ajouter à l'encre rouge au procès-verbal.

BERNE, le 31 Juillet 1864.

Dr. H. WILD, professeur.

Dr. Alb. MOUSSON, professeur.

§ 4. Procès-Verbal de vérification du Kilogramme étalon de la Confédération suisse.

Par décision du Conseil fédéral suisse en date du 5 Novembre 1862, M. *Wild*, Inspecteur général des poids et mesures, professeur à l'Université de Berne, et M. *Mousson*, professeur à l'Université de Zurich, ont été chargés de faire, avec les personnes désignées par l'Administration française, la comparaison avec les étalons français des étalons de longueur et de poids destinés à la Confédération suisse.

Un premier Procès-Verbal de vérification, signé à Paris le 6 Mai 1863 par MM. *Wild*, *Mousson*, Général *Morin*, *Tresca* et *Silbermann*, a été consacré à la comparaison du mètre, et MM. *Collet frères*, constructeurs d'instruments de précision, furent, dès cette époque, chargés d'exécuter, pour la Confédération suisse, un kilogramme en tout semblable à ceux qui leur étaient commandés par le Conservatoire des Arts et Métiers, et qui devaient, surtout sous le rapport du volume, être identiques avec le kilogramme prototype de France.

MM. *Wild* et *Mousson* ayant été informés par la Direction du Conservatoire que la vérification de l'un des nouveaux kilogrammes avait été officiellement faite aux Archives, que le kilogramme destiné à la Confédération suisse était lui-même amené dans l'état convenable pour être soumis à une dernière vérification, et que, par conséquent, tout était prêt pour procéder, en ce qui concerne ce kilogramme, aux opérations analogues à celles qui ont été faites l'an dernier pour le mètre, se sont à nouveau rendus en France, et dans les premiers jours du mois d'Avril 1864 ils ont, en l'absence de M. le Général *Morin*, procédé avec MM. *Tresca* et *Silbermann*, à la comparaison de la manière suivante :

Dans tout ce qui suit, le nouveau kilogramme en platine du Conservatoire sera désigné par C' N° 1, pour le distinguer de l'ancien kilogramme prototype employé dans toutes les comparaisons antérieures; le kilogramme également en platine destiné à former l'étalon de la Confédération suisse, sera désigné par S N° 3, ce dernier numéro étant employé pour désigner qu'il est le troisième en date, dans la série de kilogrammes en platine, de même volume que le prototype des Archives de France.

Il résulte d'un procès-verbal officiel, rédigé par une commission nommée à cet effet par M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, qu'à la température de $+ 1,5^{\circ}$ le kilogramme C' N° 1 est, dans l'air, un peu plus lourd que celui des Archives, et que sa valeur officielle est

1,00000072.

Ce procès-verbal est en ce moment soumis à l'approbation du Ministre, et une copie en sera délivrée à la Confédération suisse pour servir de point de départ à la comparaison actuelle.

La comparaison entre le kilogramme prototype des archives ayant été faite à une température différente de celle du moment actuel, on a commencé par effectuer un nouveau mesurage comparatif des deux kilogrammes C' N° 1 et S N° 3. Ce mesurage a été fait par M. *Wild* à l'aide du comparateur spécial de Gambey, appartenant aux collections du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers, et qui a été employé dans tous les mesurages semblables faits antérieurement. Il a été fait à une température moyenne de 16° , indiqués par un petit thermomètre métallique posé sur l'instrument pendant toute la durée des opérations.

Tableau des mesures
prises le 6 Avril 1864 avec le comparateur de Gambey pour la comparaison entre le kilogramme en platine C' N° 1, et le kilogramme également en platine S N° 3.

Détermination de la lecture de contact ou de collimation 34,37.

Hauteur moyenne du kilogramme C' Nr. 1 suivant la circonférence moy- enne dans huit points différents.	Diamètre moyen du kilogramme C' Nr. 1 au quart de la hauteur totale à partir de chaque base.	Hauteur moyenne du kilogramme S Nr. 3 suivant la circonférence moy- enne dans huit points différents.	Diamètre moyen du kilogramme S Nr. 3 au quart de la hauteur totale à partir de chaque base.
74,15	73,82	74,17	73,82
74,15	73,82	74,16	73,82
74,15	73,82	74,17	73,82
74,15	73,82	74,16	73,82
74,15	73,82	74,16	73,82
74,15	73,83	74,17	73,82
74,15	73,83	74,17	73,82
74,15	73,83	74,17	73,82
74,150	73,824	74,166	73,820
H = 74,150 — 34,370 = 39,780	D = 73,824 — 34,370 = 39,454.	H = 74,166 — 34,370 = 39,796	D = 73,820 — 34,370 = 39,450

Les hauteurs ont été mesurées sur la circonférence moyenne des bases, en faisant successivement tourner chaque kilogramme de 45° autour de son axe.

Le diamètre a été pris au quart de la hauteur à partir de chaque base en faisant successivement tourner chaque kilogramme de 90° autour de son axe. ¹⁾

¹⁾ Le volume du kilogramme C' Nr. 1 du Conservatoire est donné par le produit

$$\frac{\pi d^2 h}{4}$$

Log. π	= 0,4971499
2 Log. 39,454	= 3,1921820
Log. 39,780	= 1,5996648
C Log. 4	= 1,3979400
Log. V	= 4,6869367
V	= 48633,6 mm. cubes.

Le volume du kilogramme S Nr. 3 de la Confédération suisse est donné par le produit

$$\frac{\pi d^2 h}{4}$$

Log. π	= 0,4971499
2 Log. 39,450	= 3,1920940
Log. 39,796	= 1,5998394
C Log. 4	= 1,3979400
Log. V	= 4,6870233
V	= 48643,3 mm. cubes.

S Nr. 3 — C' Nr. 1 = 9,7 mm. cubes.

D'après ces indications, le volume du kilogramme C' N° 1 du Conservatoire serait de 48,6336 centimètres cubes. Le volume du kilogramme S N° 3 de la Confédération suisse, serait à la même température de 15° de 48,6433 centimètres cubes, et la différence entre les deux volumes serait seulement de 0,0097 centimètres cubes.

Cette différence est tout-à-fait négligeable dans les corrections de déplacement, car elle n'équivaut, dans les circonstances ordinaires, qu'à une perte de poids dans l'air de $0,0097 \times 1,293 = 0,013$ milligramme, et la correction qui en résulterait pour les pesées ne pourrait jamais s'élever qu'à une très faible partie de cette perte de poids.

Comparaison des poids des deux kilogrammes.

Le kilogramme S N° 3 ayant été précédemment pesé par M. *Silbermann*, a été remis à MM. *Wild* et *Mousson*, avec sa goupille indépendante. Après plusieurs constatations provisoires faites le 5 Avril 1864, cette goupille a été introduite d'une manière définitive après introduction d'un petit fragment de platine au fond du trou. C'est dans cet état définitif que le kilogramme de la Confédération suisse a été comparé avec le kilogramme C' N° 1.

Cette comparaison a été faite avec la balance construite par M. *Bianchi* et appartenant également aux collections du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers.

Les pesées faites par MM. *Silbermann* et *Mousson*, ont été laborieuses, elles n'ont pas toutes présenté le degré de précision désirable, mais on s'est mis à l'abri de cet inconvénient en ne considérant pour définitives que celles dans lesquelles deux substitutions successives de l'un des kilogrammes par l'autre n'ont accusé aucune variation anormale.

Tableau des observations

faites le 9 Avril 1864, au moyen de la balance de M. Bianchi, pour la comparaison entre les kilogrammes C' N° 1 et S N° 3.

Le kilogramme en platine est toujours équilibré par un même kilogramme C' N° 2, de même volume que les deux autres.

Température 8°,09.

Désignation du kilogramme placé sur le plateau.	Amplitude des oscil- lations successives.	Déviatiou moy- enne de l'aiguille	Moyennes des déviations.
C' N° 1 + 1 mill.	— 1,2 — 1,5	— 1,35	
	— 1,1 — 1,3	— 1,20	— 1,28
S N° 3 + 1 mill.	— 1,7 — 1,9	— 1,8	
	— 1,8 — 1,8	— 1,8	— 1,80
C' N° 1 + 1 mill.	— 1,0 — 1,5	— 1,25	
	— 1,2 — 1,2	— 1,20	— 1,22

Il résulte de ces observations que le kilogramme S N° 3 de la Confédération suisse fait pencher la balance de 0,55 division du cadran correspondant à l'aiguille, en plus de la déviation, dans le même sens, produite par le kilogramme C' N° 1.

Tableau des observations

faites le 11 Avril 1864, au moyen de la balance de M. Bianchi, pour la comparaison entre les kilogrammes C' N° 1 et S N° 3.

Température 10°,1.

Désignation du kilogramme placé sur le plateau.	Amplitude des oscillations successives.	Déviation moyenne de l'aiguille	Moyennes des déviations.
S N° 3 + 1 mill.	+ 0,4 — 0,5	— 0,05	
	+ 0,3 — 0,4	— 0,05	— 0,05
C' N° 1 + 1 mill.	+ 0,6 + 0,1	+ 0,35	
	+ 0,5 + 0,1	+ 0,30	+ 0,32
S N° 3 + 1 mill.	+ 0,1 — 0,7	— 0,30	
	+ 0,1 — 0,7	— 0,30	— 0,30

Il résulte de cette seconde série d'observations que le kilogramme de la Confédération suisse fait pencher la balance de 0,32 division du cadran correspondant à l'aiguille, en plus de la déviation de 0,17 division, en sens contraire, produite par le kilogramme C' N° 1, et que la déviation totale qui exprime la différence des poids est de 0,49 division. Ces deux séries sont très concordantes, et accusent un excès de poids du kilogramme S N° 3, par rapport au kilogramme C' N° 1 mesuré par $\frac{0,55 + 0,49}{2} = 0,52$ division.

Pour apprécier en poids cette différence on a, pendant que la balance chargée oscillait, ajouté une première fois 0,5 milligramme, une autre fois un milligramme, et l'on a observé les excès de déviation produits par cette addition. Le demi-milligramme a produit une déviation de 1,6 division, le milligramme a produit une déviation de 3,1 division, soit en moyenne 3,15 division par milligramme.

En estimant proportionnellement la déviation 0,52 qui mesure la différence des deux poids, on trouve que cette différence est donnée par $1 \text{ mill.} \times \frac{0,52}{3,15} = 0,16$.

En conséquence il se trouve établi que le kilogramme (C' N° 3) S N° 3 est plus

lourd que le kilogramme C' N° 1 de 0,16 milligramme, et que, par suite, sa valeur par rapport au kilogramme prototype des Archives de France est
1,00000088.

Ces opérations terminées, le kilogramme de la Confédération suisse a été marqué avec le poinçon 3 de la même série que le Nr. 1, dont a été précédemment marqué le kilogramme du Conservatoire, et en outre, du poinçon réservé, dans cet établissement, aux étalons soumis aux vérifications les plus soignées.

Fait et signé à PARIS, au Conservatoire Impérial des Arts et Métiers, le 12 Avril 1864.

H. TRESCA.

H. WILD, Prof.

H. SILBERMANN. Alb. MOUSSON, Prof.

La présente copie, signée comme l'original, a été collationnée avec lui pour être remise à la Confédération suisse.

PARIS, le 1^{er} Juin 1864.

*Le Général de Division, Directeur du Conservatoire
Impérial des Arts et Métiers.*

MORIN.

§. 5. Procès-Verbal de comparaison entre les étalons prototypes du mètre et du kilogramme, conservés aux Archives de l'Empire et ceux du Conservatoire impérial des Arts et Métiers.

Par une décision en date du 5 Octobre 1863, Son Excellence Monsieur le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics, a décidé qu'une Commission composée de M. le Général *Morin*, Directeur du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers, Président; et de MM. *Tresca*, Sous-Directeur et Professeur de mécanique au Conservatoire; *Silbermann*, Conservateur des collections; et *Froment*, Constructeur d'instruments de précisions et Membre du conseil de perfectionnement du Conservatoire, serait chargée de faire une vérification officielle entre les étalons prototypes des mesures métriques conservées aux Archives de l'Empire et ceux qui, déposés au Conservatoire Impérial des Arts et Métiers, sont plus particulièrement destinés aux comparaisons à faire avec les Étalons des divers Gouvernements qui adoptent le système métrique.

Monsieur le Directeur-Général des Archives a mis à la disposition de la Commission les prototypes à comparer et les locaux nécessaires pour la vérification à faire, et il a même assisté aux opérations principales de cette vérification.

Avant de procéder aux comparaisons dont il s'agit, la Commission a cru qu'il était nécessaire de décrire les divers étalons sur lesquels les comparaisons devaient être faites.

Étalon prototype du mètre conservé aux Archives de l'Empire.

L'Étalon prototype des Archives est une règle en platine sans aucune inscription ou marque quelconque; sa largeur est de 25 millimètres; son épaisseur 3,5 millimètres; elle est terminée à ses extrémités par des faces perpendiculaires à sa longueur, et qui doivent comprendre entr'elles la longueur vraie du mètre. Elle constitue ainsi un mètre que l'on désigne ordinairement sous le nom de *Mètre à bout*. Les faces extrêmes, examinées à la loupe, portent des rayures très marquées résultant de frottements faits antérieurement. Cet Étalon est conservé aux Archives dans l'armoire que l'on désigne sous le nom d'Armoire de fer: il est renfermé dans une boîte en acajou, avec gaine en velours rouge, et la boîte porte une plaque rectangulaire en cuivre blanchi, avec cette indication:

Mètre

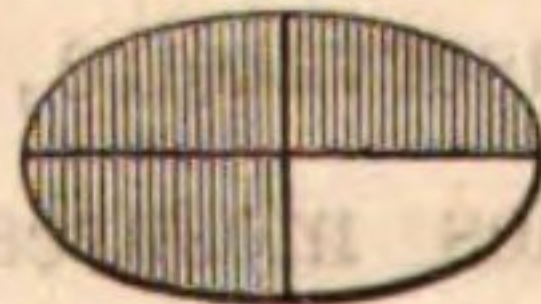
Conforme à la loi du 18 Germinal an 3,

Présenté le 4 messidor an 7.

et en dedans du corps de la vignette: *Fait par Lenoir.*

Étalon prototype du Mètre, déposé au Conservatoire Impérial des Arts et Métiers.

L'Étalon prototype du Conservatoire est une règle en platine d'une largeur de 25 millimètres et d'une épaisseur de 3,5 millimètres. Elle est terminée à ses extrémités par des faces perpendiculaires à sa longueur et qui doivent comprendre entr'elles la longueur du mètre: Ces faces, examinées à la loupe sont mieux conservées que celles du mètre prototype des Archives. Sur l'une de ses faces principales et à trois centimètres de chacune de ses extrémités, cette règle est poinçonnée de deux marques ovales dont le fond est sillonné de hachures, seulement sur les trois quarts de sa surface.



Sur cette même face deux traits fins, s'étendant respectivement depuis le bord extrême jusqu'à un centimètre environ de ce bord, ont été précédemment faits dans le but évident d'indiquer le milieu du champ de la règle.

Cet étalon est renfermé dans une boîte en acajou en tout semblable à celle de l'Étalon des Archives. Cette boîte, garnie en velours rouge, porte une plaque en cuivre blanchi, identique avec celle du mètre des Archives; son inscription est la même :

Mètre

Conforme à la loi du 18 Germinal an 3,

Présenté le 4 Messidor an 7.

et en dehors du cadre de la vignette : *Fait par Lenoir.*

Étalon prototype du kilogramme conservé aux Archives de l'Empire.

Cet Etalon est formé d'un cylindre en platine dont les bords sont légèrement arrondis. Ce cylindre ne porte aucune marque ni inscription. Ses dimensions, déterminées précédemment par Mr. *Ivon Villarceau*, à l'aide du comparateur spécial de *Gambey* que possède le Conservatoire, sont, à 7°,30 centigrades de température, les suivantes :

Diamètre moyen, 39,461 millimètres.

Hauteur moyenne 39,7887

Volume 48,6616 centimètres cubes.

Ce kilogramme est conservé dans l'armoire des Archives désignée sous le nom d'*Armoire de fer*; il est renfermé dans une boîte octogonale en chagrin avec couvercle bombé; l'intérieur est garni en velours ponceau.

Cette boîte se ferme à clef: deux crochets en argent servent à la tenir fermée, et elle porte en dessus une plaque ronde de même métal avec cette inscription:

Kilogramme

Conforme à la loi

du 18 Germinal an 3.

Présenté le 4 Messidor

an 7.

Fortin F.

Étalon prototype du kilogramme déposé au Conservatoire Impérial des Arts et métiers.

Cet Étalon est formé d'un cylindre en platine dont les bords sont légèrement arrondis. Ce cylindre ne porte aucune marque ni inscription. Ses dimensions, précédemment déterminées par M. *Ivon Villarceau* à l'aide du comparateur spécial de *Gambey* que possède le Conservatoire, sont à 7°,60 de température, les suivantes:

Diamètre moyen, 40,403 millimètres.
Hauteur moyenne, 40,6492 »
Volume calculé, 52,1159 centimètres cubes¹⁾.

Ce kilogramme est renfermé dans une boîte octogonale en chagrin avec couvercle bombé; l'intérieur est garni en velours conservant encore une nuance ponceau, identique à celle des Archives.

Cette boîte se ferme également à clef: deux crochets en argent servent à la maintenir fermée, et elle porte en dessus une plaque ronde de même métal avec cette inscription:

*Kilogramme
conforme à la loi
du 18 Germinal an 3.
Présenté le 4 Messidor
an 7.
Fortin F.*

Tous les accessoires sont identiques avec ceux de la boîte du Kilogramme prototype des Archives. La boîte contient un papier de forme rectangulaire de 73 millimètres sur 29.

»Sur l'une des faces est l'inscription suivante: Ce poids a été comparé le 18 Octobre 1811 à l'étalon prototype, et à été reconnu parfaitement identique avec lui; il y en a eu procès-verbal. ²⁾«

Sur l'autre face de ce papier on lit également:

»Le 19 novembre 1840 ce poids a été comparé à l'étalon prototype déposé aux Archives, et a été reconnu parfaitement identique avec lui; procès-verbal de l'opération a été dressé.«

Opération préliminaires de la Commission.

Avant de procéder aux comparaisons ordonnées, la Commission a délibéré sur les moyens à employer pour opérer avec le plus de sécurité.

En ce qui concerne la comparaison des mètres, elle a reconnu qu'elle pourrait se faire avec une précision suffisante sur le comparateur de M. *Silbermann* avec les modifications suivantes que M. *Froment* s'est chargé d'exécuter.

¹⁾ Ce volume est donc plus grand que celui du prototype des Archives de 3,5 centimètres cubes environ.

²⁾ Ce Procès-Verbal, qui existe encore aux Archives, établit que la vérification a été faite sur une nouvelle balance de Fortin, à l'air libre, et sans correction de déplacement. Les deux poids sont exacts à moins de deux milligrammes dans ces conditions.

1° Remplacement des palpeurs inclinés par des palpeurs verticaux, placés verticalement dans le prolongement de la tige qui porte le limbe divisé.

2° Enlèvement, sur un des côtés seulement du Comparateur, des arêtes qui rendent difficile la mise en place des mètres à comparer.

3° Rabotage de la règle en platine formant thermomètre de Borda, et sur laquelle les mètres à comparer sont placés, de manière à réduire la surface de contact entre ces deux règles.

4° Enlèvement des mâchoires de la pince qui servait à rappeler le mètre en expérience, cette opération se faisant plus facilement à la main.

La Commission a décidé en outre que la comparaison se ferait sans immersion dans la glace fondante, et à la température ambiante seulement, en choisissant pour cette opération le moment où cette température serait très peu différente de 0°.

En ce qui concerne la comparaison des kilogrammes, considérant que la différence de volume est la cause de nombreuses corrections, qu'elle rendrait difficiles, par conséquent, la comparaison ordinaire du kilogramme du Conservatoire avec ceux qui sont présentés à la vérification par les Gouvernements étrangers, la Commission a décidé, sur la proposition de M. Tresca, qu'il serait préférable de faire exécuter un nouveau kilogramme de même volume et autant que possible de même poids que celui des Archives.

L'exécution de deux kilogrammes semblables a été confiée à MM. Collot frères. L'un de ces kilogrammes, qui sera directement comparé, sous le rapport du poids et du volume, avec le kilogramme prototype des Archives, sera plus particulièrement destiné aux comparaisons à faire ultérieurement avec les étalons des Gouvernements étrangers.

La comparaison entre ce kilogramme copié et le kilogramme des Archives sera faite par la Commission, à une température très rapprochée de zéro.

*Kilogramme (copié C^e Nr. 1) exécuté par Messieurs Collot frères, pour les vérifications
du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers.*

Ce kilogramme est formé d'un cylindre en platine dont les dimensions seront ci-après déterminées, et, autant que possible, identiques à zéro, avec celles du kilogramme prototype des Archives.

Le platine de la fabrication actuelle ayant une plus grande densité que celui qui a servi

à l'exécution du kilogramme des Archives, ce cylindre a été percé suivant son axe, sur les deux tiers de sa hauteur, d'un trou cylindrique d'un centimètre de diamètre, et ce trou a été fermé par un bouchon à vis, ajusté à serrement dur.

Au milieu de ce bouchon, qui est d'ailleurs parfaitement affleuré avec la face supérieure du cylindre, est ménagé un trou de goupille de deux millimètres de diamètre devant servir à l'ajustement définitif du kilogramme.

Une goupille, d'une longueur de 22 millimètres, et calibrée de manière à pouvoir entrer à frottement dur dans le trou préparé pour la recevoir, est provisoirement et incomplètement introduite dans cette ouverture qu'elle est destinée à boucher.

Les vérifications préliminaires permettent d'espérer que l'identité sera aussi complète que possible entre ce kilogramme et le kilogramme prototype des Archives.

Comparaison entre les deux mètres en platine.

La comparaison entre les deux mètres en platine s'est faite par la Commission dans le vestibule central du palais des Archives. Les fenêtres de ce vestibule avaient été ouvertes dès le matin de manière à mettre l'air de la salle en équilibre de température avec l'air extérieur. On a toujours opéré à des températures voisines de zéro, et la température de la règle en expérience a été chaque fois indiquée par un petit thermomètre à mercure maintenu pendant un temps suffisant en contact avec la règle même.

Une première comparaison a été faite le 31 Janvier 1864, avec le comparateur appartenant à M. *Perreaux*, et qui avait déjà servi dans des comparaisons précédentes.

Une seconde vérification a eu lieu le 11 Février, dans le même local, avec le comparateur de M. *Silbermann*, appartenant aux collections du Conservatoire.

Première comparaison avec le comparateur de M. Perreaux.

Le Comparateur de M. *Perreaux* permet de placer la règle sur un plan horizontal; à la droite de l'instrument, l'extrémité de cette règle est palpée par une touche solidaire avec une aiguille dont la division peut facilement être amenée en coïncidence avec une ligne de foi visée par un microscope; à l'autre extrémité de l'instrument une autre touche, maintenue par un ressort, en contact avec l'extrémité opposée de la règle, est mobile autour d'un axe vertical que l'on peut approcher ou éloigner au moyen d'une vis micrométrique, et l'aiguille qui porte la touche est prolongée au-delà de cet axe, de manière que son extrémité graduée

se déplace sur un limbe également gradué placé d'une manière fixe sous un second microscope.

Dans les comparaisons effectuées, on a toujours amené la coïncidence d'abord sur le micromètre de droite, puis, au moyen de la vis sur le micromètre de gauche.

Les résultats des observations sont consignés dans le tableau suivant.

Tableau des observations

faites le 31 Janvier 1864, sur le comparateur de M. Perreaux, pour la comparaison entre le mètre prototype (A) des Archives Impériales, et le mètre prototype (C) du Conservatoire.

Désignation des mètres en expérience.	Indication de l'heure.	Températures des règles.	Lectures du cadran de la vis micrométrique.	
C	8 h. 40 m.	+ 1,7	+ 0,0	
A	8 » 51 »	+ 1,4	+ 2,0	
C	9 » 04 »	+ 1,3	+ 0,6	
A	9 » 19 »	+ 1,3	+ 0,4	
C	9 » 26 »	+ 0,9	0,5	
A	9 » 37 »	+ 0,7	+ 0,9	
C	9 » 45 »	+ 0,9	— 0,4	
	Totaux		+ 3,3	— 0,3
	Moyennes	+ 1,17	+ 1,10	— 0,075
	Différences		0,0	— 1,175

Pour traduire la différence qui précède en fractions de mètre, il suffit de se reporter à la graduation du comparateur de M. Perreaux, qui a servi aux comparaisons du 12 Février. Une division du cadran équivaut à $\frac{1}{400}$ de millimètre ou à 0,0025 millimètre: mais lorsque le centre d'articulation se déplace de cette quantité, le déplacement correspondant de la touche est augmenté dans le rapport de 1,1272¹⁾, ce qui donne, pour chaque déplacement d'une division une différence de longueur de $0,0025 \times 1,1272 = 0,002823$ millimètre.

¹⁾ Pour obtenir la valeur exacte de ce rapport, on a placé sur le comparateur un mètre faisant obstacle

Les lectures positives correspondent d'ailleurs à une diminution de longueur dans la règle en expérience.

Il résulte de ces indications que la différence mesurée sur le cadran de la vis de — 1,175 division correspond à $0,002823 \text{ millimètre} \times 1,175 = + 0,0033 \text{ millimètre}$, et qu'ainsi le mètre en platine du Conservatoire serait plus long que celui des Archives, à la température moyenne de $+ 1^{\circ},17$ centigrade, de 0,0033 millimètre, et que sa valeur serait de 1,00000330 mètre.

Deuxième Comparaison avec le comparateur de M. Silbermann.

Le comparateur de M. Silbermann reçoit le mètre à vérifier sur une règle en platine formant thermomètre de Borda, et destinée à accuser la constance de la température.

Les deux extrémités de la règle sont touchées par deux petits palpeurs légèrement convexes faisant partie des deux aiguilles verticales respectivement placées sous deux microscopes. On place à la main la règle de manière que l'aiguille du palpeur de droit soit, par sa division centrale, en coïncidence avec une ligne de foi tracée sur le support, et l'on déplace, avec une vis micrométrique à tête graduée, le palpeur de gauche jusqu'à ce qu'une semblable coïncidence ait lieu sous le second microscope.

Les chiffres des observations sont consignés dans le tableau suivant où l'on a désigné sous le nom de *lectures* des coïncidences sur le cadran de la vis, les divisions lues au moment où la coïncidence était observée.

fixe, et l'on a fait mouvoir le cadran de la vis de manière à faire parcourir 2 millimètres sur la division du limbe du micromètre à l'extrémité de l'aiguille qui porte la touche.

La moyenne de cinq lectures a donné 90,28 divisions sur le cadran de la vis ou un déplacement de $\frac{90,28}{400} = 0,2257 \text{ millimètre}$ pour le centre d'articulation du levier.

L'extrémité du petit bras de levier restant fixe, et le centre d'articulation se déplaçant de 0,2257 millimètre, l'extrémité du grand bras de levier s'est aussi déplacée de 2 millimètres; il y a donc entre le déplacement du centre d'articulation et celui de l'extrémité du petit bras de levier, lorsque l'extrémité du grand bras de levier reste fixe, un rapport de

$$\frac{2}{2 - 0,2257} = \frac{2}{1,7743} = 1,1272.$$

Une division du cadran équivaut à 0,002823 millimètre; la différence de longueur de 0,0033 millimètre est augmentée dans le rapport de 1,1272, ce qui donne, pour chaque déplacement d'une division une différence de longueur de 0,00366 millimètre.

Pour obtenir la valeur exacte de ce rapport, on a placé sur le comparateur un mètre faisant obstacle

Tableau des observations

faites le 11 Février 1864, sur le Comparateur de M. Silbermann, pour la comparaison entre le mètre prototype (A) des Archives, et le mètre prototype (C') du Conservatoire.

Désignation du mètre en expérience.	Désignation de l'heure.	Température indiquée par le thermomètre.		Division du pyromètre du comparateur.	Lectures des coïncidences sur le cadran de la vis.	
		1.	2.		P'	P'
	h. m.					
A	8. 40	+ 1,10	1,10	32	404,9	
C	8. 48	1,20	1,15	32		408,2
A	9. 4	1,20	1,00	32	404,9	
C	9. 17	1,35	1,40	32		408,0
A	9. 30	1,40	1,40	34	404,3	
C	9. 50	1,50	1,40	35		407,2
A	10. 2	1,70	1,65	37	404,0	
	Moyennes	1,35	1,30			
Totaux					1618,1	1223,4
Moyennes					404,52	407,80
Différences						+ 3,28

Pour traduire la différence qui précède en fraction de mètre, il suffit de se reporter à la graduation du comparateur. La vis micrométrique a un pas de 0,5 millimètre; la tête de cette vis est divisée en 500 parties, de telle sorte que chaque division du cadran correspondait à une différence de longueur de 0,001 millimètre.

Les lectures positives faites sur le cadran correspondent d'ailleurs à une augmentation de longueur de la règle en expérience.

La différence de 3,28 divisions accusée par le tableau correspond donc à un excès de longueur, pour le mètre du Conservatoire, de 0,00328 millimètre, et sa longueur vraie, par rapport au mètre prototype des Archives serait: 1,00000328, à une température moyenne de + 1°,30 centigrade.

A l'égard de l'observation de cette température, il est bon d'ajouter que l'on a placé sur les mètres en expérience un petit thermomètre métallique à cadran qui en prenait immédiatement la température, et dont le zéro a été vérifié en plaçant la cuvette de sa boîte sur un morceau de glace fondante.

Concordance entre les résultats des deux comparaisons.

En opérant comme il vient d'être indiqué avec deux instruments différents, on a trouvé le 31 Janvier, avec le comparateur de M. *Perreaux*, pour la valeur du mètre du Conservatoire

P' 1,000003 30

à la température moyenne de $+ 1^{\circ},17$.

Le 12 Février, avec le comparateur de M. *Silbermann*, on a trouvé pour la valeur de ce même mètre

» 1,000003 28

à la température moyenne de $+ 1^{\circ},30$.

La coïncidence de ces chiffres nous permet de considérer leur moyenne P' 1,000003 29 comme offrant toutes les garanties d'exactitude désirable.

Comparaison entre les deux kilogrammes en platine.

La base principale du système adopté pour les comparaisons ultérieures reposant sur une égalité de volume aussi complète que possible entre le kilogramme prototype des Archives et la copie qui en a été faite pour le Conservatoire par MM. *Collot*, on a dû procéder avec soin à la vérification sous ce rapport.

On s'est servi à cet effet d'un comparateur construit, pour cette opération spéciale par *Gambey*, et qui accuse facilement la lecture du centième de millimètre.

L'instrument a été nettoyé et mis en état par M. *Froment*, et les kilogrammes ont été placés et retournés au moyen d'une pince, sans que jamais l'observateur les ait touchés avec les mains.

La température de l'instrument, estimée avec le petit thermomètre métallique dont il a déjà été parlé, n'a varié qu'entre $+ 3^{\circ}$ et $+ 4^{\circ}$ centigrades.

Le tableau suivant contient tous les éléments de ce mesurage.

Tableau des mesures

prises le 11 Février 1864, avec le comparateur de M. Gambey, pour la comparaison entre le kilogramme prototype (A) des Archives, et le kilogramme copié (C' Nr. 1) du Conservatoire.

Détermination de la lecture de contact ou de collimation :

au commencement 34,375 millimètres
à la fin 34,375 »

Moyenne 34,375 millimètres.

Températures :

au commencement 3°
à la fin 4°

Hauteur moyenne du kilogramme A, suivant la circonférence moyenne dans huit positions différentes.	Diamètre moyen du kilogramme A, au quart de la hauteur totale à partir de chaque base.	Hauteur moyenne du kilogramme C', suivant la circonférence moyenne dans huit positions différentes.	Diamètre moyen du kilogramme C', au quart de la hauteur totale à partir de chaque base.
74,20	73,88	74,18	73,84
74,18	73,87	74,18	73,84
74,16	73,88	74,17	73,85
74,15	73,88	74,18	73,84
74,15	73,86	74,17	73,83
74,18	73,87	74,17	73,83
74,18	73,85	74,18	73,83
74,17	73,87	74,17	73,82
74,171	73,870	74,175	73,835
H = 74,171 — 34,375 = 39,796.	D = 73,870 — 34,375 = 39,498.	H = 74,175 — 34,375 = 39,800.	D = 73,835 — 34,375 = 39,460

Les hauteurs ont été mesurées sur la circonférence moyenne des bases en faisant successivement tourner chaque kilogramme de 45°, autour de son axe. Le diamètre a été pris

au quart de la hauteur à partir de chaque base, en faisant successivement tourner chaque kilogramme de 90° autour de son axe¹⁾).

D'après ces indications, le volume du kilogramme des archives serait de 48,7544 centimètres cubes; le volume du kilogramme du Conservatoire de 48,6729 centimètres cubes; et la différence entre les deux volumes serait seulement de 0,0815 centimètre cube.

Cette différence de 81 millimètres cubes est tout à fait négligeable dans les corrections de déplacement, car elle n'équivaut, dans les circonstances ordinaires qu'à une perte de poids dans l'air de 0,0000000815 m. c. $\times$ 1,293 k. = 0,105 milligramme, et la correction qui en résulterait pour les pesées ne pourrait jamais s'élever qu'à un très faible partie de cette perte de poids.

Comparaison des poids des deux kilogrammes.

La Comparaison des poids a exigé plusieurs séances.

Celle du 31 Janvier a été employée à l'ajustage du kilogramme du Conservatoire par rapport au kilogramme des Archives, et la vérification qui en a été la suite s'est faite les 3 et 12 Février.

Le 3 Février, la température était trop éloignée de zéro pour que les résultats fussent considérés comme définitifs, encore bien que, par suite de l'identité des volumes, les circonstances atmosphériques ne pussent exercer qu'une influence insignifiante.

Nous indiquerons successivement les résultats des deux opérations distinctes.

Tableau des observations

faites, le 3 Février 1864, au moyen de la balance de M. Bianchi, pour la comparaison entre le kilogramme prototype (A) des Archives, et le kilogramme copié (C' Nr. 1) du Conservatoire.

Le kilogramme en expérience est toujours équilibré par un même kilogramme C' Nr. 2, du même volume que les deux autres.

¹⁾ Le volume du kilogramme A des Archives est donné par le produit:

$$\begin{aligned} \pi &\times \frac{0,039495^2}{4} \times 0,039796 \\ \text{Log. } \pi &= 0,4971499 \\ 2 \text{ Log. } 0,039495 &= 3,1930842 \\ \text{Log. } 0,039796 &= 2,5998394 \\ \text{Ct. Log. } 4 &= 1,3979400 \\ \text{Log. } V &= 5,6880135 \\ V &= 0,0000487544 \text{ m. c.} \end{aligned}$$

Le Volume du kilogramme C' du Conservatoire est donné par le produit:

$$\begin{aligned} \pi &\times \frac{0,03946^2}{4} \times 0,039800 \\ \text{Log. } \pi &= 0,4971499 \\ 2 \text{ Log. } 0,039460 &= 3,1923142 \\ \text{Log. } 0,039800 &= 2,5998831 \\ \text{Ct. Log. } 4 &= 1,3979400 \\ \text{Log. } V &= 5,6872272 \\ V &= 0,0000486729 \text{ m. c.} \end{aligned}$$

Température au commencement + 6,0°.
 » à la fin . . . + 6,0°.

Désignation du kilogramme placé sur le plateau.	Amplitude des oscil- lations successives.	Déviati on moy- enne de l'aiguille	Moyennes des déviations.
A. + 2,5 m.-gr.	— 0,40 — 0,50	— 0,55	— 0,65
	— 0,05 — 1,30	— 0,67	
	— 0,20 — 1,05	— 0,62	
	— 0,40 — 1,00	— 0,70	
	— 0,50 — 0,90	— 0,70	
C' + 2,5 m.-gr.	— 0,10 — 2,50	— 1,30	— 1,37
	— 0,50 — 2,30	— 1,40	
	— 0,80 — 2,05	— 1,42	
	— 0,90 — 1,80	— 1,35	
	— 1,05 — 1,70	— 1,37	
		Différence	— 0,72

Il résulte de ces observations que le kilogramme du Conservatoire fait pencher la balance de 0,72 division du cadran correspondant à l'aiguille, en plus de la déviation, dans le même sens, produite par le kilogramme des archives.

Pour apprécier en poids cette différence, on a retiré 0,5 milligramme au poids qui accompagnait le kilogramme du Conservatoire, et l'on a trouvé, par l'observation des oscillations, que la déviation se trouvait réduite à — 0,28. Une diminution de poids de 0,5 milligramme correspond donc à une différence de déviation de 1,37 division — 0,28 = 1,09 division, et si l'on calculait proportionnellement, la différence 0,72 entre les deux kilogrammes correspondrait à

$$0,72 \times \frac{0,5}{1,99} = 0,33 \text{ milligramme.}$$

Le kilogramme du Conservatoire serait donc trop lourd de 0,33 milligramme¹⁾.

¹⁾ Pesée supplémentaire du 3 Février 1864, destinée à déterminer le degré de sensibilité de la balance.

C' + 2 milligr.	+ 0,65	— 1,20	— 0,275
	+ 0,35	— 1,00	— 0,325
	+ 0,20	— 0,75	— 0,275
	+ 0,10	— 0,65	— 0,275
	+ 0,00	— 0,50	— 0,250 — 0,28.

Les pesées comparatives du 12 Février ont été faites à une température qui ne s'est pas élevée, pendant toute la durée des opérations au-dessus de $+ 1,5$ centigrade, et la différence entre les deux poids est un peu plus grande.

Tableau des observations

faites le 12 Février 1864 sur la balance de M. Bianchi pour la comparaison entre le kilogramme prototype (A) des Archives, et le kilogramme copié (C' Nr. 1) du Conservatoire.

Le kilogramme en expérience est toujours équilibré par un même kilogramme C' Nr. 2 de même volume que les deux autres.

Température au commencement $+ 1,0$.

Température à la fin $+ 1,5$.

Désignation du kilogramme placé sur le plateau.	Amplitude des oscil- lations successives.	Déviatiou moy- enne de l'aiguille	Moyennes des déviations.
A $+ 2$ milligr.	$+ 0,5 \quad - 0,5$	0,00	
	$+ 0,4 \quad - 0,4$	0,00	
	$+ 0,3 \quad - 0,4$	$- 0,05$	
	$+ 0,5 \quad - 0,5$	0,00	
	$+ 0,6 \quad - 0,6$	0,00	$- 0,01$
C' $+ 2$ milligr.	$- 2,8 \quad - 1,1$	$- 1,95$	
	$- 2,7 \quad - 1,3$	$- 2,00$	
	$- 2,3 \quad - 1,4$	$- 1,85$	
	$- 2,4 \quad - 1,6$	$- 2,00$	
	$- 2,3 \quad - 1,7$	$- 2,00$	$- 1,96$
		Différence	$- 1,95$

Il résulte encore de ces observations que le kilogramme du Conservatoire est plus lourd que le kilogramme des Archives, et que cette différence produit une déviation de l'aiguille de 1,95 division.

Pour estimer cette déviation en poids, on a enlevé l'un des demi-milligrammes qui accompagnaient le poids du Conservatoire, et l'on a trouvé que cette modification produisait, par rapport à la première, une déviation de $+ 2,70$ divisions.

En estimant par voie de proportionnalité la déviation accusée précédemment on trouve

$$1,95 \times \frac{1,0}{2,70} = 0,72 \text{ milligramme.}$$

Le kilogramme du Conservatoire serait donc, d'après cette seconde vérification, trop lourd de 0,72 milligramme.

Cette vérification ayant été faite à la température la plus voisine de 0° centigrade, et présentant d'ailleurs toutes les conditions désirables de précision, la Commission a été d'avis qu'il y avait lieu de ne considérer la précédente que comme une confirmation précieuse et d'adopter pour valeur du nouveau kilogramme :

1,000,000,72 kilogramme.

En conséquence, la goupille a été serrée dans son logement, le poinçon du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers a été légèrement apposé sur la tête de cette goupille, et on l'a également marquée, avec un poinçon spécial, du N° 1, indiquant qu'il est le premier en date parmi les kilogrammes de même volume que celui des Archives.

CONCLUSIONS.

En résumé, les opérations qui précèdent établissent :

1° En ce qui concerne le mètre prototype du Conservatoire,

Que ce mètre comparé à une température moyenne de + 1°,27 centigrade avec le mètre prototype des Archives, est plus long que ce dernier, et que sa valeur est :

^{m.}
1,00000329,

à un millième de millimètre près.

2° En ce qui concerne le kilogramme copié C', en platine, du Conservatoire ;

Que ce kilogramme C', comparé à une température moyenne de + 1°,50 centigrade avec le kilogramme prototype des Archives, a un volume plus petit que celui de ce dernier kilogramme ; mais que cette différence de volume n'atteignant pas 100 millimètres cubes, il n'y a pas lieu d'en tenir compte dans les pesées qui pourraient être faites entre ces deux kilogrammes, dans les limites des variations de température, de pression et d'humidité que l'on peut avoir à considérer dans de pareilles comparaisons.

3° Que ce kilogramme C' N° 1, comparé à une température moyenne de $+ 1^{\circ},50$ centigrade avec le kilogramme prototype des Archives est plus lourd que ce dernier, et que sa valeur est:

1k.,000.000.72 .

à un demi milligramme près.

Ces conclusions étant destinées à servir de base aux vérifications ultérieures, le présent procès-verbal a été signé par les membres de la Commission, et par M. le Directeur général des Archives, pour être soumis à l'approbation de Son Excellence M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics.

PARIS, le 5 Mars 1864.

Signé: GÉNÉRAL MORIN,
TRESCA,
SILBERMANN,
FROMENT,
COMTE DE LABORDE.

Vu et approuvé pour servir de base aux opérations officielles:

PARIS, le 16 Avril 1864.

*Le Ministre de l'Agriculture, du Commerce
et des Travaux publics,*

Signé: ARMAND BÉHIC.

Pour copie conforme destinée à la Confédération suisse:

Le Général de Division,

Directeur du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers
MORIN.

§ 6. Zusammenfassung und Bemerkungen über die Zuverlässigkeit der neuen Muttermaasse.

Den vorigen Paragraphen zufolge ist also das neue schweizerische Muttermeter ein Endmaass von nahezu 1 Meter Länge und von den Herrn Gebrüder *Collot* in Paris verfertigt. Es stellt einen Messingstab von 36 Millimeter Breite und 6,3 Millimeter Dicke dar. In der Mitte der Endflächen sind Goldstifte mit planen Endflächen von 3,5 Millimeter Durchmesser eingelassen, der eine derselben ist fest, während der andere im Kopfe einer Schraube, aus

demselben Messing wie der Stab, sitzt, die sich mit starker Reibung im Stabe drehen lässt. Die seitliche Oeffnung im Stabe, durch welche man zur Schraube behufs ihrer Drehung gelangen konnte, ist schon in Paris vor der Verification des Stabes mit Kitt verschlossen worden, so dass die Stellung der Schraube und somit auch dieses Goldstiftes als fix betrachtet werden kann.

Zwischen den Mitten der planen Goldstiftenden hat dieser Stab, bezogen auf das Platinometer der Archive zu Paris, bei 0° die Länge von
0,99999801 Meter.

Was die Genauigkeit dieses Resultates anbetrifft, so lässt sich dieselbe zwar nicht in üblicher Weise mit Bestimmtheit angeben, immerhin glauben wir aber sagen zu können, dass der Fehler desselben jedenfalls geringer als 0,001 Millimeter sei.

Bei den Vergleichen lag der Stab auf einer möglichst ebenen Unterlage. Da er indessen ein Endmaass darstellt, so ist seine Auflegungsart bekanntlich von geringem Einfluss auf seine Länge.

Der thermische Ausdehnungs-Coëffizient dieses Stabes ist noch zu ermitteln.

In Betreff der Unveränderlichkeit mit der Zeit endlich lässt ein Endmaass mit verhältnissmässig weichen Goldenden allerdings zu wünschen übrig. Auch waren wir, nachdem wir seiner Zeit durch die Vermittlung des eidgen. Departements des Innern und der schweizerischen Gesandtschaft in Paris vom Conservatoire des Arts et Métiers daselbst die Besorgung eines Messingstabes mit fixen Enden von Bergkrystall erbeten hatten, nichts weniger als befriedigt, einen Stab von der angegebenen Beschaffenheit vorzufinden. Da indessen die Anfertigung eines andern Stabes zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte und zudem dieses Muttermeter nicht als Urmaass, sondern nur zur einmaligen Ableitung eines solchen daraus dienen sollte, endlich auch das französische Urmaass selbst aus einem noch weichern Material angefertigt ist, so glaubten wir das obige Maass unbeschadet der überhaupt beim gegenwärtigen Zustand der französischen Urmaasse und Vergleichungsinstrumente erreichbaren Genauigkeit beibehalten zu dürfen.

Das neue schweizerische Mutterkilogramm ist ein fein abgeschliffener Cylinder von Platin von $39,796^{\text{mm}}$ Höhe und $39,450^{\text{mm}}$ Durchmesser, verfertigt von den Gebrüdern *Collet*, Mechaniker in Paris. Um diesem Kilogramm trotz der grösseren Dichtigkeit seines Platins ein gleiches Volumen mit dem der Archive in Paris geben zu können, ist in dasselbe von seiner einen Grundfläche aus bis zu $\frac{2}{3}$ seiner Höhe ein cylindrisches Loch von 10 Millimeter Durchmesser eingebohrt worden. Dieses Loch wurde nachher durch einen sehr genau

schliessenden Schraubenzapfen aus demselben Material wieder verschlossen und das äussere Ende desselben genau bis zum Niveau der betreffenden Grundfläche abgeschliffen. In der Mitte des Zapfens war zur Justirung des Gewichtes ein Loch von 2 Millimeter Durchmesser durchgebohrt und nachdem man das Justirungsgewichtchen durch das letztere in die Höhlung unterhalb eingeführt hatte, wurde ein sehr genau passender, nur mit starker Reibung hineingehender Platinstift von 22 Millimeter Länge eingeschlagen. Im Uebrigen ist das Kilogramm auf seiner obern Seite mit einer besondern Marke des Conservatoire des Arts et Métiers zu Paris (eine Art C) und der Ziffer 3 bezeichnet.

Bezogen auf das Platinkilogramm der Archive zu Paris ist das wahre Gewicht dieses Kilogramms im leeren Raum:

1000,00088 Gramm.

Auch die Genauigkeit dieses Resultates ist nicht mit Bestimmtheit anzugeben, nur so viel lässt sich wohl mit Sicherheit behaupten, dass der Fehler desselben kleiner ist als ein Milligramm.

Meinen in § 4 mitgetheilten Messungen zufolge wurde das Volumen dieses Platinkilogramms bei 16° C. unmittelbar gleich: 48,6433 Cubic-Centimeter gefunden.

Da nun der Maasstab des gebrauchten *Gambey'schen* Comparators aus Messing besteht und seine wahre Länge bei 0° besitzt, so ist vorstehende Zahl noch mit: $(1 + m t)$ zu multipliciren, um das wahre Volumen des Platinkilogramms bei 16° C. zu erhalten und endlich durch: $(1 + q t)$ zu dividiren, wenn wir dieses Volumen für 0° finden wollen. Setzen wir also den cubischen Ausdehnungscoëffizienten des Messings für 1° C:

$m = 0,000056346$
und denjenigen des Platins nach *Borda*:

$q = 0,00002580,$

so erhalten wir für das wahre Volumen unsers Platinakilogramms bei 0° den Werth:
48,6671 Cubic-Centimeter.

Der wahrscheinliche Fehler dieses Resultates ergibt sich aus folgender Betrachtung. Heissen wir das Volumen des Kilogramms V und dessen Fehler δV , seine Höhe h und seinen Durchmesser d , sowie deren Fehler resp. $\pm \delta h$ und δd , so hat man:

$$V = \frac{\pi d^2 h}{4},$$

$$\delta V^2 = \left(\frac{\pi}{2} h d \cdot \delta d \right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} d^2 \cdot \delta h \right)^2.$$

Nun dürfen die Theilungsfehler und Beobachtungsfehler beim Gambey-Instrument zusammen höchstens zu 0,005 Millimeter geschätzt werden. Setzen wir also im letztern Ausdrücke $\delta h = \delta d = \pm 0,0005$ Centimeter, ferner $h = d = 4$ Centimeter, so kömmt als Fehler des oben bestimmten Volumens des Platinkilogramms:

$$dV = \pm 0,0134 \text{ Cubic-Centimeter.}$$

Hieran schliesst sich die Bestimmung des specifischen Gewichts S dieses Kilogramms bei 0° und dessen Fehlers unter Benutzung der Formeln:

$$S = \frac{G}{V},$$

$$(\delta S)^2 = \left(\frac{1}{V} \delta G\right)^2 + \left(\frac{G}{V^2} \delta V\right)^2$$

Hier ist also:

$$G = 1000,00088 \text{ Gramm,}$$

$$V = 48,6671 \text{ Cubic-Centimeter,}$$

$$dG = \pm 0,0005 \text{ Gramm,}$$

$$dV = \pm 0,0134 \text{ Cubic-Centimeter.}$$

Somit das specifische Gewicht unsers Platinkilogramms bei 0° :

$$20,5478,$$

und der muthmassliche Fehler dieses Resultats:

$$\pm 0,0056.$$

Ein härteres und ebenso unveränderliches Material, wie z. B. Bergkrystall, hätte wohl für die unveränderte Erhaltung des Gewichtes grössere Garantien geboten, als das weiche Platin, trotzdem blieben wir für dieses Muttermaass bei diesem Material, indem auch das Urgewicht der Archive aus demselben besteht und so die Erzielung eines gleichen Volumens beider und damit die Beseitigung einer Reduction der Wägungen auf den leeren Raum ermöglicht wurde, welche bei der Mangelhaftigkeit der hiefür zur Disposition stehenden Hülfsinstrumente in Paris nur unsicher hätte ausgeführt werden können. Zudem sollte ja auch wieder dieses Muttermaass nur als Vermittelung zur Erstellung eigentlicher Urmaasse dienen, wozu eine nur temporäre Erhaltung seines Gewichtes genügte. Um zu dem Ende beim Transporte Abreibungen möglichst zu vermeiden, wurde das Gewicht in ein Etui aus Bronze-Aluminium eingeschlossen, in welchem es zwischen den mit Seiden-Sammet gefütterten Grundflächen geklemmt, im übrigen ringsum frei war.

In Betreff der Unveränderlichkeit mit der Zeit lassen übrigens die französischen Urmaasse selbst und zwar sowohl das Meter wie das Kilogramm so viel zu wünschen übrig,

dass sie in dieser Hinsicht den gegenwärtigen Anforderungen der Wissenschaft offenbar nicht mehr genügen. Sollte das metrische Maass-System wirklich wie die neuesten bezüglich Vorgänge in verschiedenen Staaten es bestimmt in Aussicht stellen, nun bald zum universellen Maasse werden, so wird die Erstellung neuer metrischer Urmaasse und einer Art europäischer Normal-Eichstätte zur Erstellung zuverlässiger Copieen und Ausführung von Verifikationen mit der höchsten Genauigkeit nicht mehr lange ein frommer Wunsch bleiben.

Das Nachfolgende wird zeigen, inwiefern inzwischen die eidgenössische Normal-Eichstätte in Bern dem letztern nachgerade unabweisbar gewordenen Bedürfnisse genügen kann.

$$\left(\sqrt{6} \frac{G}{V} \right)^2 + \left(0.6 \frac{1}{V} \right)^2 = \left(2.5 \right)^2$$

Hier ist also:

$$G = 1000,0000 \text{ Gramm.}$$

$$V = 10,0000 \text{ Cubic-Centimeter.}$$

$$dG = \pm 0,0005 \text{ Gramm.}$$

$$dV = \pm 0,0181 \text{ Cubic-Centimeter.}$$

Somit das specifische Gewicht unserer Platin-Kilogramme bei 0°:

$$20,5478.$$

und der mittelmässige Fehler dieses Resultats:

$$\pm 0,0056.$$

Ein solches und ebenso unveränderliches Material, wie z. B. Platin, hatte wohl für die unveränderliche Erhaltung des Gewichtes grössere Chancen geboten, als das weiche Platin, trotzdem dieses wir für dieses Material bei diesem Material, indem auch das Uebergewicht der Archive aus demselben besteht und es die Erhaltung eines gleichen Volumens beider und damit die Beseitigung einer Abweichung der Wägungen auf den besten Mann ermöglicht wurde, welche bei der Mangelhaftigkeit der hier zur Disposition stehenden Hölzenträger in Paris nur nachher hätte ausgeglichen werden können. Zudem sollte ja auch jeder dieses Material nur als Vermittelung zur Erstellung einer einheitlichen Urmaasse dienen, wozu eine nur temporäre Erhaltung seines Gewichtes genügt. Um zu dem Ende beim Transporte Abweichungen möglichst zu vermeiden, wurde das Gewicht in ein klein aus Bronze-Aluminium eingeschlossen, in welchem es zwischen den mit Seiden-Samt gefüllten Geraden gehalten, im äusseren Hohlraum frei war.

In Betreff der Unveränderlichkeit mit der Zeit lassen übrigens die französischen Urmaasse selbst und zwar sowohl das Meter wie das Kilogramm so viel zu wünschen übrig,

II. Abschnitt.

Längen - Messungen.

§. 7. Das neue schweizerische Längen-Urmaass und seine Copieen.

Bei der Feststellung des neuen Urmaasses gieng die Commission von drei Gesichtspunkten aus, welche *Bessel* so treffend charakterisirt hat, indem er sagt: »Ein Maasssystem erlangt völlige Bestimmtheit, wenn die materiellen Darstellungen seiner Einheiten so beschaffen sind, dass sie jede Zweideutigkeit ausschliessen; es erlangt Unveränderlichkeit, wenn sie allen Einflüssen der Zeit widerstehen; es erfüllt seine Absicht desto vollständiger, je allgemeiner zugänglich seine ursprünglichen Einheiten gemacht werden können«¹⁾.

Es fragte sich so zunächst, ob unser neues Urmaass ein Endmaass oder ein Strichmaass sein solle. *Bessel* hat bei Gelegenheit der neuen Feststellung des preussischen Längenmaasses in den Jahren 1835 bis 1838²⁾ sehr ausführlich die Vortheile und Nachtheile dieser beiden Arten von Maassen erwogen und schliesslich der ersten Maassart den Vorzug gegeben. Wenn man indessen nach dem Vorschlage von *Kater* bei einem Strichmaasse die zu bestimmende Länge nicht durch Striche auf der Oberfläche des Stabes, sondern durch solche auf der Mittelfläche desselben fixirt, so hat nach *Bessel* selbst das Endmaass vor dem Strichmaass nur noch die Vorzüge, dass das erstere mit davon zu nehmenden Copieen in kürzerer Zeit oder leichter genau verglichen werden könne, unter Anwendung nämlich der *Repsold'schen* Wasserwagen-Fühlhebel, und dass nach *Baily* von verschiedenen Beobachtern die Striche einer Scale an verschiedenen Punkten gesehen werden, und dass dieser persönliche Fehler über die Grenzen der gewöhnlichen Beobachtungsfehler bei micrometrischen Messungen hinausgehe. — Eine entsprechende Erörterung über die beiderlei Maass-Arten findet sich im Bericht des

¹⁾ Populäre Vorlesungen von *Bessel* S. 274; siehe auch S. 306.

²⁾ Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind, von *F. W. Bessel*. Berlin 1830.

Comités für die Construction des neuen englischen Urmaasses vom Jahr 1854¹⁾. Die obigen zwei Einwände *Bessel's* gegen das Strichmaass werden darin als nicht stichhaltig dargethan, zudem aber noch auf einige sehr beachtenswerthe Nachtheile des Endmaasses hingewiesen. Damit Endmaasse beim Gebrauche resp. bei Vergleichen nicht abgenutzt werden, müssen die Enden aus sehr harten Materialien angefertigt werden, deren Befestigung an Metallstäben, selbst wenn die complicirte von *Bessel* beim preussischen Längenmaasse in Anwendung gebrachte Methode dazu gewählt wird, immer etwas Unsicheres hat. Sodann hat ein Endmaass bei der Abnutzung immer nur die Tendenz seine Länge zu verkürzen, während beim Strichmaass, selbst wenn man da an eine eigentliche Abnutzung in Folge von Vergleichen denken könnte, dieselbe ebenso gut im einen oder andern Sinne erfolgen würde. Uns selbst schien aber ein Strichmaass auch noch desshalb einen Vorzug vor einem Endmaass darzubieten, weil ja doch in der Praxis meistens nur Strichmaasse gebraucht werden, indem bei ihnen allein mit den Enden übereinstimmende Unterabtheilungen anzubringen sind, Strichmaasse aber leichter mit Strichmaassen als mit Endmaassen zu vergleichen sind, und weil selbst bei der Vergleichung von Endmaassen die Werthe der Theile des Fühlhebelmicrometers doch wieder von einem Strichmaasse unter Benutzung eines Micrometer-Microscopes abgeleitet werden müssen. Endlich dürfte ein entschiedener Vorthail der bei Strichmaassen verwendeten microscopischen Vergleichung vor der bei Endmaassen anzuwendenden Fühlhebel-Vergleichung auch noch darin bestehen, dass im letztern Fall anhaftender Staub leicht Irrthümer hervorbringen kann, die im erstern Fall unmöglich sind, und dass überhaupt die Berührung des Maasses durch das Micrometer bei der Fühlhebel-Vergleichung Störungen verschiedener Art bewirken kann, die bei der erstern Methode ganz wegfallen.

Die Vergleichung der *Bessel'schen* Fühlhebel-Messungen bei der Erstellung des Preussischen Längenmaasses mit den Filar-Micrometer-Messungen von *Sheepshanks* bei Construction des englischen Urmaasses ergiebt sogar für die letztern eine etwas höhere Genauigkeit. — Ein Theil des Schraubenkopfs des *Bessel'schen* Micrometers entsprach $\frac{1}{800}$ Par.-Linie, so dass bloss $\frac{1}{8000}$ Linie zu schätzen waren; dagegen repräsentirten 3 Theile der Libellen-Theilung beim Fühlhebel $\frac{1}{5000}$ Par.-Linie, was die Genauigkeit der Schätzung auf mindestens $\frac{1}{30000}$ Linie erhöhte. Gleichwohl betrug der mittlere Fehler einer Vergleichung im Anfange $\frac{1}{1000}$, später $\frac{1}{2000}$ und zuletzt bei den sorgfältigsten Messungen noch $\frac{1}{4000}$ Par.-Linie. — Ein Theil des Schraubenkopfs des *Sheepshanks'schen* Ocularmicrometers

¹⁾ Account of the Construction of the New National Standard of Length. By G. B. Airy. Philosophical Transactions for 1857, part III. p. 690.

hatte dagegen den Werth von $\frac{1}{3000}$ engl. Linie, so dass $\frac{1}{30000}$ Linie noch geschätzt werden konnte. Der mittlere Fehler einer Beobachtung betrug nun bei *Sheepshanks* $\frac{1}{2}$ Micrometer-Theil oder also $\frac{1}{6000}$ Linie, bei *Simms* jun. sogar bloss $\frac{1}{12000}$ Linie. Unter 6 verschiedenen Beobachtern zeigte sich ferner zwischen den beiden letztgenannten bei einer ganzen Reihe von Beobachtungen stets die grösste persönliche Differenz nämlich im Mittel $\frac{1}{3000}$ Linie bei einem wahrscheinlichen Fehler von bloss $\frac{1}{30000}$ Linie.

Aus allen diesen Gründen entschloss sich die Commission, als neues Urmaass ein Strichmaass zu wählen und die microscopische Vergleichungsmethode zu adoptiren.

Da ferner die Länge von bloss 1 Fuss sowohl an und für sich als Urmaass nie, insbesondere auch behufs Vergleichung mit dem mehr als 3 mal längern Muttermaass, dem Meter, zu kurz erschien, so wurde nach dem Vorgange von Preussen und England für das Urmaass die 3fache Länge unserer Maass-Einheit oder die Länge von 3 Schweizer-Fuss gewählt.

So besteht denn das neue schweizerische Längen-Urmaass (ganz entsprechend dem neuen englischen Urmaass) in einem von den Herren Mechanikern *Herrmann & Studer* in Bern angefertigten Messingstab von 20^{mm} Dicke und Breite und 990^{mm} Länge, in welchen in einer Entfernung von ungefähr 900^{mm} zwei 13,5^{mm} weite, nach unten sich etwas verengende Löcher bis auf die Mitte des Stabes heruntergebohrt sind. Auf dem Grunde der letztern sind Goldstifte eingelassen, auf deren ebenen und polirten Oberflächen die Theilstriche gezogen sind. Dieselben repräsentiren ein Kreuz, dessen einer Strich mit der Mittellinie des Stabes zusammenfällt, während der andere darauf senkrecht steht. Zwischen den Kreuzungspunkten der Striche an beiden Enden ist das festzustellende Längenmaass bei einer bestimmten Temperatur enthalten.

Nach Ermittlung dieser Temperatur wird unsere Maasseinheit unzweideutig bestimmt sein, indem bei einem Stabe von der angegebenen Beschaffenheit selbst die ungünstigsten Unterstützungsarten die Länge seiner neutralen Fläche noch nicht um $\frac{1}{10000}$ Millimeter verändern, wie Theorie und Erfahrung übereinstimmend gezeigt haben.

Dass die Striche auf edlem Metall gezogen und schon an und für sich durch ihre vertiefte Lage, sowie noch besonders durch die Löcher verschliessende Messingdeckel gegen äussere Einflüsse geschützt sind, bürgt für die unveränderte Erhaltung des Maasses im Laufe der Zeit.

Um aber auch unsere Längeneinheit im Falle einer gewaltsamen Zerstörung seiner materiellen Darstellung wieder genau auffinden zu können, ohne neuerdings in's Ausland gehen

zu müssen, und um zugleich diese Einheit ohne Gefährdung des eigentlichen Urmaasses allgemein für Vergleichen zugänglich zu machen, wurde beschlossen, noch zwei genau gleich beschaffene Copieen des Urmaasses herzustellen und nach sorgfältigster Vergleichung mit diesem die eine derselben bei der eidgenössisch polytechnischen Schule in Zürich, die andere für Verifikationen in der eidgenössischen Eichstätte in Bern zu deponiren, während das Urmaass selbst im eidgenössischen Archiv aufbewahrt werden sollte.

§. 8. Längen-Comparator.

Zur Vergleichung des neuen Urmaasses und seiner Copieen mit dem neuen Muttermeter war für die eidgenössische Eichstätte ein Längen-Comparator zu construiren, der wegen der an ihn zu stellenden Anforderungen von den gebräuchlichen Instrumenten dieser Art nothwendig etwas abweichen musste. Vermittelst desselben waren nämlich nicht wie gewöhnlich bloss Maasse von nahe gleicher Länge zu vergleichen, sondern ein Stab von drei Fuss Länge mit einem ein Meter langen; zudem waren die auf microscopischem Wege zu vergleichenden Maasse nicht gleichartige, sondern das eine ein Endmaass und das andere ein Strichmaass. Der Comparator musste also so eingerichtet werden, dass sich vermittelst desselben ein bestimmtes Endmaass mit einem bestimmten Strichmaass von wesentlich verschiedener Länge vergleichen liess. Da die hiedurch bedingte Complication nicht wesentlich vermehrt wurde, so gieng ich gleich noch einen Schritt weiter und suchte dem Instrumente eine solche Construction zu geben, dass es ohne Unterschied zur Vergleichung von Strichmaassen und Endmaassen beliebiger Länge, die indessen ein Meter nicht übersteigen darf, sollte dienen können. So liess ich mit Genehmigung der Commission das nachfolgende Instrument durch die Herren Mechaniker *Herrmann & Studer* in Bern ausführen, durch das, wie ich glaube, zuerst die eben angegebene Aufgabe vollständig und genau gelöst worden ist.

Der Längen-Comparator ist in $\frac{1}{8}$ der natürlichen Grösse auf Tafel I. durch Fig. 1 in der Längs-Seiten-Ansicht, durch Fig. 2 in der Quer-Seiten-Ansicht und durch Fig. 3 im Grundriss dargestellt. Auf einem vom Zimmerboden unabhängig, unmittelbar auf dem Kellergewölbe *a a* fundamentirten Marmorblock *A A* sind in der Nähe seiner Enden zwei durchbrochene gusseiserne Träger *B B* vermittelst eingelassener Bolzen *bb* befestigt, die oberhalb durch eine aus zwei starken Eisen-Lamellen *C C* bestehende Brücke verbunden sind. Auf den obern eben gehobelten Rändern der letztern lassen sich vier an jeder Stelle festzuklem-

mende Messingplatten D und d verschieben, welche die Ablese-Microscope tragen. Die zwei kleinern Microscope e dienen zur Ablesung der Thermometer, geben eine etwa 20malige Vergrösserung und lassen sich zur Einstellung im verticalen Sinne in geschlitzten federnden Hülsen f verschieben, die vermittelst 4 randrirter Schrauben g an den Messingplatten d festgeklemmt werden. Die zwei grössern (circa 100 Male vergrössernden) Microscope E dagegen sind für die Ablesung der Maassstab-Theilungen und die micrometrischen Messungen bestimmt und zu dem Ende mit Filar-Micrometern H versehen, deren Micrometerschrauben eine Gang-Höhe von $0,5^{\text{mm}}$ haben und deren Trommeln in 100 Theile getheilt sind. An einer seitlichen Theilung, die längs eines festen Index mit der Mutter der Schraube resp. mit dem Faden fortrückt, werden vermittelst der Loupe i die ganzen Umdrehungen der Micrometerschraube abgelesen. Im Uebrigen ist das Micrometer ein solches mit centraler Lage der Schraube und der Druckfeder. Das stark vergrössernde Ocular ist, um alle Stellen des durch das Objectiv erzeugten Bildes in die Mitte seines Gesichtsfeldes bringen zu können, vermittelst einer sehr steilen Schraube h für sich über dem Micrometer verschiebbar. Zur Einstellung im verticalen Sinne sind endlich auch diese grossen Microscope in geschlitzte federnde Hülsen F gesteckt und mit deren Platten durch die Schrauben G auf den Messingträgern D festgeschraubt. Die Verschiebung aber in diesen Hülsen erfolgt nicht von blosser Hand, sondern behufs feinerer Einstellung vermittelst zweier an der Hülsenplatte befestigter Schrauben K K, welche auf die vorstehenden Nasen k k am Microscopkörper einwirken.

Unter der die Microscope tragenden Brücke befindet sich ein Doppelkasten von Messingblech, von welchem der innere ll mit dem äussern LL durch doppelt T-förmige, durchbrochene Träger mm aus Messingguss verbunden ist. Der innere Kasten dient zur Aufnahme der zu vergleichenden Längenmaasse sowie eines auf eine Länge von 11 Decimeter in Millimeter eingetheilten Stabes, der als Mittel zur Vergleichung dient, und den wir in der Folge Normalstab heissen wollen. Dieser Normalstab NN Fig. 3 ist aus Bronze-Aluminium angefertigt, die Theilung aber befindet sich auf einem aufgenieteten schmalen und dünnen Silberstreifen. Die Breite und Höhe des Stabes beträgt je 20^{mm} ; unmittelbar neben der Theilung ist aber eine $3,6^{\text{mm}}$ tiefe und $5,7^{\text{mm}}$ breite, nach unten etwas sich erweiternde Nuth der ganzen Länge nach eingehobelt, in welcher sich ein in gleicher Weise mit einer Silberlamelle bekleidetes etwas über 1 Decimeter langes Stäbchen, aus demselben Bronze-Aluminium wie der grössere Stab, verschieben lässt. Dieser zur Untersuchung der Theilung auf dem grössern Stabe dienende Schieber trägt auf seiner Silberlamelle im gleichen Niveau mit jener auch eine Theilung und zwar zunächst zwei um einen Decimeter von einander abstehende Striche; durch einen weitem Strich ist dieser Decimeter halbirt, dann die eine Hälfte in 5 Centi-

meter, der erste dieser Centimeter wieder in Millimeter und endlich der erste dieser Millimeter noch in $\frac{1}{10}$ Millimeter getheilt. Die Bewegung dieses Schiebers bei geschlossenem Kasten wird mittelst Bindfaden bewerkstelligt, die an den Enden des Schiebers befestigt und nach aussen geführt sind. Um diesen Normalstab in vertikalem Sinne um kleine Grössen verschieben, ferner seine obere Fläche eben machen zu können, ohne zugleich die freie Ausdehnung desselben zu hemmen, ist derselbe auf 5 seiner ganzen Länge nach gleichmässig vertheilte Glasylinder von 4,2^{mm} Dicke gelegt, die selbst von einer durch Stellschrauben r in verticalem Sinne justirbaren Messingschiene o o getragen werden. Zur Verschiebung endlich des Stabes auf dieser Schiene in horizontalem Sinne dienen seitliche Justirungsschrauben s an den Enden, und durch zwei entsprechende in der Mitte wird der Stab an der Schiene festgeklemmt. Auf eine zweite ganz entsprechende Schiene o₁o₁ mit Glas cylindern wird je der eine der zu vergleichenden Maassstäbe gelegt und in ähnlicher Weise horizontal und vertical verschoben und in seiner Mitte geklemmt. Zwei besondere auf einer eigenen Bahn verschiebbare massive Messingstücke qq in der Verlängerung des letztern Stabträgers dienen zur Aufnahme der sogenannten Anschiebe-Cylinder vv. Es sind dies zwei ganz gleich beschaffene Stahlcylinder, die einerseits in einer abgerundeten Spitze, anderseits in einer ebenen spiegelnden Fläche senkrecht zur Axe endigen und in der Mitte des mittlern dickern Theiles eine 10^{mm} weite Bohrung bis auf die Axe herunter haben, auf deren Grund ein Goldstift eingelassen ist; die ebene, polirte Fläche des letztern trägt einen in der Richtung der Axe verlaufenden Theilstrich, der von einem zweiten darauf senkrecht stehenden durchkreuzt wird. Bei der Vergleichung von Endmaassen werden diese Anschiebe-Cylinder mit der ebenen oder spitzen Seite an jene angeschoben, je nachdem sie in gekrümmten oder ebenen Flächen endigen. Um sie dabei in steter gleichmässiger Berührung mit den Endmaassen zu erhalten, liegen sie auf den scharfen Rändern einer in den Messingstücken ausgehobelten Vertiefung und werden durch kleine winkelförmige Hebelgewichte beständig gegen das Maass angedrückt. Zum Schutze jeweilen desjenigen Endes, das sich an diese Hebel anlegt, wird eine mit einer Spitze versehene Messinghülse über das betreffende dünnere Cylinder-Ende geschoben.

Zwischen den beiden Stabträgern sind zwei Quecksilber-Einschluss-Thermometer u und u₁ mit transparenter Milchglasscale aufgestellt, welche von *Geissler* in Bonn verfertigt, direct in $\frac{1}{10}^{\circ}$ C. getheilt sind und $\frac{1}{100}^{\circ}$ noch bequem schätzen lassen. Sie werden im Nachfolgenden stets als die *Geissler'schen* Normalthermometer Nr. I und II bezeichnet werden ¹⁾. Diese Thermometer werden je durch zwei metallene Träger t und t₁, von denen der erstere

¹⁾ Ueber die Verification dieser Thermometer siehe § 26.

das Quecksilbergefass umschliesst und gegen Strahlung weniger empfindlich macht, in horizontaler Lage in der Höhe der Stäbe gehalten, dabei liegt aber das Gefäss von u in der Nähe des Endes, dasjenige von u_1 gegen die Mitte des Kastens hin.

Damit diese Thermometer wirklich die Temperatur der Stäbe angeben, ist es notwendig, dass dieselbe im Innern des Kastens sehr constant erhalten werde. Zu dem Ende ist der Zwischenraum zwischen beiden Kasten mit Wasser angefüllt, wovon er 33 Kilogramm fasst. Diese grosse Masse, sowie die hohe specifische Wärme des Wassers machen rasche Temperaturwechsel unmöglich. Ausserdem wird zur Vermeidung solcher während der Vergleichen selbst die obere offene Seite des Kastens mit verzinnnten Eisenblechplatten bedeckt, die nur an den erforderlichen Stellen passende Ausschnitte für die Beobachtung der Theilung und Ablesung der Thermometer besitzen, und endlich ist der ganze Apparat bis zum Rande der Schienen CC mit einem in zwei Hälften auseinanderzunehmenden Holzkasten PP umgeben.

In diesem dunkeln Raume müssen zur Ablesung der Maasstab-Theilungen und der Thermometer die letztern künstlich beleuchtet werden. Dies geschieht für die Maasstäbe durch zwei Gaslampen R und R_1 an beiden Enden. Das Licht derselben fällt durch die Röhren Q, welche zur theilweisen Abhaltung der strahlenden Wärme mit Glasplatten verschlossen und mit Wasser gefüllt sind, zunächst auf die mit Kugelgelenken an den Microscopen E befestigten Linsen w, wird durch diese concentrirt, gelangt dann zu den unmittelbar unter den Microscop-Objectiven befindlichen unter 45° zur Axe der Microscope geneigten, durchbrochenen Metallspiegeln und wird von diesen vertikal auf die Stäbe unmittelbar geworfen, beleuchtet so jeweilen die im Gesichtsfeld der Microscope erscheinenden Stellen der Maasstabtheilungen. Die Beleuchtung der Thermometer, ursprünglich in ähnlicher Weise versucht, musste, da bei der Beleuchtung von oben der leere Theil der Capillar-Röhre wegen der totalen Reflexion von dem mit Quecksilber erfüllten Raum kaum zu unterscheiden war, in eine solche von der Rückseite umgeändert werden. Es wirft jetzt eine dritte vor der Mitte des Apparates angebrachte Lampe S ihre durch eine Linse W parallel gemachten und durch eine Wassersäule Q_1 gesiebten Strahlen auf einen an der Mitte der Brücke C festgeklemmten unter 45° zur Vertikalen geneigten belegten Spiegel T, der zur genauern Orientirung um eine vertikale und eine horizontale Axe drehbar ist, und das Licht auf zwei kleinere wieder unter 45° geneigte, auf dem Boden des innern Kastens angebrachte Spiegelchen x reflectirt. Diese werfen die Strahlen nach beiden Seiten hin auf die geneigten Hohlspiegelchen (versilberte Uhrgläser) y y, die sie dann nach oben auf die Rückseite der durchscheinenden Thermometerscalen concentriren und so die betreffenden unter den Ablesemicro-

scopen e befindlichen Stellen beleuchten und den Quecksilberfaden als dunkel auf dem hellen Grunde sehr scharf erkennen lassen. Gegen die von den Gasflammen ausgehende strahlende Wärme werden die Wände des Holzkastens noch durch zwischengesetzte besondere Pappschirme mit kleinen Oeffnungen zum Durchlassen des Lichts geschützt.

Um nun nach Belieben bald den Normalstab, bald den zu vergleichenden Stab rasch unter die Micrometer-Microscope führen zu können, lässt sich der Kasten L mittelst eisenbahnartiger Räder und Schienen quer zur Längsrichtung frei unter der Brücke C hinbewegen. Auf dem Mahagonibrett XX befinden sich nämlich 5 Messingschienen Z, auf welchen die an der Grundfläche des Wagens befestigten Räder I aufrufen und durch starke Stahlfedern in den Gehäusen z mit ihren vorstehenden Rändern gegen die Schienenseiten angeedrückt werden. Die Bewegung des Wagens wird durch die justirbaren Anschläge II und II₁ begrenzt, zu deren Justirungsschrauben man mittelst eines Schlüssels auch ohne Oeffnung des Holzkastens von aussen gelangen kann und die Verschiebung ebenfalls von aussen mittelst der Stange III bewerkstelligt, auf deren zwei Wellen III₁ sich zwei am Kasten bei IV₁ befestigte Seidenschnüre beim Drehen der Kurbel Y im einen Sinne aufwinden, bis der Kasten an die Anschläge II₁ gelangt ist. Hebt man bei dem in der Nähe der Kurbel befindlichen Zahn-Rade den Eingriff der Sperrfeder auf, so ziehen zwei Gewichte V, die mittelst Schnüren an den Punkten IV des Wagens befestigt sind, denselben gegen die entgegengesetzten Anschläge II zurück. — Will man dabei die Thermometer statt des Normalstabs unter ihre Ablese-Microscope bringen, so rückt man die in cylindrischen Hülzen verschiebbaren Stäbchen VI Fig. 2 bis zu ein für alle Male bestimmten Marken vor und lässt dann nur bis zum Anschlag mit diesen den Wagen zurückgehen.

Ein in den Figuren 1 und 2 angedeutetes Holzgestell VII mit Auftritt VIII (der durch Herunterklappen von VIII₁ zu vergrössern ist) dient dem Beobachter beim Ablesen an den Microscopen als Stütze für eine bequeme Stellung. Endlich ist theilweise im Anschluss an dieses Gestell auch noch ein die Brücke C und die Microscope E bis in die Höhe der Oculare umhüllender Kasten angebracht, der diese Theile vor raschen Temperaturänderungen bewahren soll.

Als Appendix zum Längen-Comparator ist die im Keller der Eichstätte getroffene Einrichtung zur Bestimmung der absoluten thermischen Ausdehnung von Maassstäben zu betrachten. Dieselbe ist in Tafel II Fig. 1 in der Seitenansicht und Fig. 2 in der Vorderansicht dargestellt. Vier Marmorpfeiler A A und A₁A₁ sind unabhängig von einander und vom unmittelbar umgebenden Steinplattenboden im Fussboden solid fundamentirt. Je zwei derselben tragen eine dicke in der Mitte durchbohrte Marmorplatte B und B₁, deren

Durchbohrungen b und b₁ zur Aufnahme der grossen Micrometer-Microscope E des vorigen Längen-Comparators dienen. Diese zwei Microscope, die durch Klemmen mit den Steinplatten fest verbunden werden, sind hiedurch für die Dauer der Versuche hinlänglich unveränderlich in einer Entfernung von 1 Meter aufgestellt. Unterhalb dieser Microscope wird der zu untersuchende Stab a in der deutlichen Sehweite in folgender Weise placirt. Derselbe wird zunächst in einem niedrigen und so schmalen Eisenkasten C, dass nur noch das eine der Thermometer des Comparators daneben Platz hat, auf zwei Unterlagen gelegt, die um $\frac{1}{5}$ seiner Länge von den Enden entfernt sind, und bei der einen festgeklemmt, während er bei der andern auf einer Glasrolle ruht. Dieser Eisenkasten selbst aber befindet sich in einer entsprechenden Vertiefung des Blechdeckels eines grossen Troges DD, der 120 Kilogramm Wasser fasst und auf einem besonders fundamentirten Steine G zwischen den Pfeilern ruht. Der Eisenkasten wird wieder zur Erhaltung der Constanz der Temperatur mit Blechplatten zugedeckt und sodann der Wassertrog sammt demselben noch mit einem besondern, in zwei Theilen auseinanderzunehmenden Holzkasten umgeben, der an den passenden Stellen Ausschnitte zur Ablesung der Stabtheilung und des Thermometers besitzt. Die letztere geschieht mit einem der Microscope e vom Comparator, das auf einen besondern unten offenen Holzkasten I gesetzt wird. Die Beleuchtung endlich sowohl des Thermometers wie der Theilung erfolgt in ganz entsprechender Weise wie oben beim Comparator.

§ 9. Justirung des Längen-Comparators und Methode der Vergleichen.

Da die Anschiebe-Cylinder weder in der Höhe noch seitlich verstellbar sind, so hat man bei der Justirung der einzelnen Theile des Comparators von ihnen als fixen Punkten auszugehen.

Man lässt den Wagen an die Anschläge II₁ sich anlegen, bringt die grossen Microscope E durch Verschieben auf die Bahn C in die Gegend der Anschiebe-Cylinder und klemmt sie da fest. Darauf dreht man die Anschlag-Schrauben, ferner die Schrauben K zur Einstellung der Micrometer-Microscope im vertikalen Sinne so lange, bis die Striche auf dem Goldstift der Anschiebe-Cylinder ganz scharf gesehen werden und ihr Kreuzungspunkt sehr nahe mit der Mitte des fixen Andreaskreuzförmigen Fadenkreuzes der Microscope coïncidiren. Nunmehr bringt man durch Verschieben des Wagens den Normalstab unter die Microscope und hebt den vorher absichtlich durch Zurückschrauben aller Unterstützungsschrauben r gesenkten Stab bloss an den Enden durch Drehen der äussersten dieser Schrauben langsam empor, bis die Theilung auf seiner Oberfläche vollkommen deutlich erscheint. Alsdann wird

ein an den Enden durch kleine Gewichte beschwerter Coconfaden über den Normalstab ausgespannt und es werden durch allmähliges Emporschrauben der mittleren Stellschrauben an der Unterstützungsschiene auch die übrigen Stellen des Stabes soweit gehoben, bis sie überall am Faden anliegen. Es wird so die getheilte Fläche dieses Stabes möglichst eben gemacht und in dieselbe Horizontal-Ebene mit den Axen der Anschiebe-Cylinder gebracht. Um nun auch in dieser Ebene den einen Rand der Theilstriche resp. den einen Rand der ausgehobelten Rinne im Normalstab parallel jenen Axen resp. der Verbindungslinie der Kreuzungspunkte der Striche auf den Anschiebe-Cylindern zu machen, wird der Normalstab auf seiner Schiene durch die seitlichen Justirungsschrauben $s s$ so lange verschoben, bis die Entfernung seiner Enden von den resp. Anschiebe-Cylindern gleich gross geworden ist, was mittelst einer Art Calibermaassstab leicht mit hinlänglicher Genauigkeit erkannt werden kann. Darauf wird der Stab durch Anziehen der Schrauben s in der Mitte geklemmt und dagegen an den Enden durch eine schwache Lösung der betreffenden Schrauben freigemacht. Hernach werden die beiden Anschlagsschrauben II so gestellt, dass der Rand der Theilstriche beim Normalstab wieder mit der Mitte der fixen Fadenkreuze der Microscope E coïncidirt, wenn der Wagen an denselben anliegt. — Die Thermometer endlich und ihre Microscope werden seitlich und in der Höhe so justirt, dass die Theilung und der Quecksilberfaden deutlich gesehen werden und das Ende des letztern in die Mitte des Gewichtsfeldes zu liegen kömmt, wenn der Wagen bis zum Contact mit den betreffenden vorgeschobenen Anschlägen VI gebracht wird.

Die Vergleichung irgend zweier Längen-Maasse mit einander erfolgt bei unserm Comparator nie direct, sondern immer nur durch das Mittel des Normalstabes. Es wird nämlich zuerst das eine Maass auf den Träger $o_1 o_1$ zwischen den Anschiebe-Cylinder gebracht, seine Länge am Normalstab gemessen, darauf der andere Maassstab an die Stelle des erstern in den Apparat gelegt und auch seine Länge mit dem Normalstab verglichen. Ist dabei das betreffende Maass ein Endmaass, so wird es einfach in der Höhe und seitlich mittelst der Justirungsschrauben s_1 und r_1 so justirt, dass entweder die Spitzen der Anschiebe-Cylinder die Mitten seiner Endflächen berühren oder bei einem Maass mit sphärischen Endflächen die Mitten der letztern die Mitten der planen Enden der Anschiebe-Cylinder berühren; alsdann ist die Axe dieses Stabes hinlänglich genau parallel der Theilungslinie des Normalstabes, dass daraus kein Fehler bei der Messung entstehen kann. Auf einer Länge von einem Meter dürfen nämlich die Entfernungen beider Maasse um $0,45^{\text{mm}}$ verschieden sein, wenn daraus bei vollständiger Gleichheit ihrer Länge eine scheinbare Verschiedenheit von nur $0,0001^{\text{mm}}$ resultiren oder also der Fehler nur $\frac{1}{10000000}$ betragen soll. Ein Strichmaass dagegen wird auf dem Träger $o_1 o_1$ in allen Beziehungen in ganz gleicher Weise in Bezug auf den Normal-

stab justirt und fixirt, wie dies für den letztern mit Hinsicht auf die Anschiebe-Cylinder geschehen ist. Sollen bei diesen Ausmessungen von Stäben durch den Normalstab richtige Resultate erhalten werden, so ist es nothwendig, dass die Micrometer-Microscope E während der Zeit, die zur Einstellung des Micrometerfadens beim einen und andern Maasse und zur Verschiebung des Wagens erforderlich ist, ihre Stellung in keiner Weise verändern, und so dann darf auch die Temperatur im Innern des Kastens während dieser Zeit, wie auch vorher, nicht beträchtlich schwanken, weil sonst die Thermometer nicht genau die Temperatur der Stäbe angeben würden. Diese Bedingungen werden unter übrigens gleichen Umständen um so vollständiger erfüllt sein, in je kürzerer Zeit eine vollständige Vergleichung ausgeführt wird. Da aber auch in kürzester Zeit Veränderungen unvermeidlich sind, so habe ich bei allen Vergleichungen folgende Beobachtungsmethode gewählt, wodurch dieselben so gering als möglich gemacht und der Einfluss der übrig bleibenden Veränderungen grösstentheils eliminirt wird.

Nachdem der zu vergleichende Stab in den Comparator eingelegt worden war, wurde der ganze Apparat zur Ausgleichung der Temperatur aller seiner Theile mit der Umgebung mindestens 12 Stunden sich selbst überlassen, auch darauf gesehen, dass während dieser Zeit keine erheblichen d. h. etwa 5° übersteigenden Schwankungen der Zimmertemperatur erfolgten. Bei den Messungen selbst las man dann zuerst die beiden Thermometer ab, zog darauf die betreffenden Anschläge zurück, verschob den Wagen mittelst der Kurbel Y bis zum Contact mit den Anschlägen II₁, stellte die beweglichen Micrometerfaden an beiden Enden entweder auf die Mitte der Querstriche bei den Anschiebe-Cylindern im Falle eines Endmaasses oder direct auf die zu vergleichenden Striche eines Strichmaasses ein und notirte den Stand der Micrometer; hernach wurde der Wagen zu den Anschlägen II hinüberbewegt, die beweglichen Faden zwei Male nacheinander auf die nächst gelegenen Millimeter-Striche am Normalstab eingestellt und beide Micrometerablesungen notirt, sodann der Wagen wieder zurückgeführt zu den Anschlägen II₁ und neue Einstellungen auf die Striche der Anschiebe-Cylinder resp. des Strichmaasses sammt den bezüglichen Micrometer-Ablesungen gemacht, endlich durch Verschieben der Anschläge VI und Verrückung des Wagens bis zum Contact mit diesen wieder die Thermometer unter ihre bezüglichen Microscope gebracht und die jetzigen Stände derselben notirt. Die Gesammtheit dieser Operationen und Messungen werden wir in der Folge eine vollständige Vergleichung eines Stabes mit dem Normalstabe nennen. Am störendsten bei diesen Beobachtungen ist die strahlende Wärme der zur Beleuchtung der Thermometer dienenden Lampe, alles Uebrige lässt sich bei einiger Vorsicht und Uebung rasch und sicher ausführen. Diese Störung lässt sich übrigens bedeutend ver-

mindern, wenn man die Vorsicht gebraucht, diese Lampe nur jeweilen während der Beobachtung der Thermometer hoch brennen zu lassen und dann sofort nach Vollendung dieser Ablesungen durch Drehen des Hahnes wieder ganz niedrig zu stellen.¹⁾ So gelingt es, wie das Folgende näher zeigen wird, die Temperatur im Innern des Kastens bis zu 0°,01 — 0°,02 während der Dauer einer vollständigen Vergleichung constant zu erhalten.

Angenommen wir hätten zunächst ein Strichmaass, dessen Länge bei 0° gleich L_0 und dessen linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. gleich m sei, mit dem Normalstab zu vergleichen und heissen die bei 0° zwischen den Strichen des letztern, auf die wir den andern Stab beziehen, enthaltene Länge: N_0 , seinen Ausdehnungscoefficienten aber n , so wird eine vollständige Vergleichung durch folgende 4 Ausdrücke dargestellt, wenn man bedenkt, dass bei beiden Micrometern die Drehungen der Schrauben nach wachsenden Scalen- und Trommel-Theilen die Faden von den Enden der Stäbe gegen deren Mitte hinführt:

$$\begin{array}{l} \tau_1, \\ 1. \quad L_0 (1 + m\tau_1') = N_0 (1 + n\tau_1'') + l_1'' - l_1' + r_1'' - r_1', \\ 2. \quad L_0 (1 + m\tau_2') = N_0 (1 + n\tau_2'') + l_2'' - l_2' + r_2'' - r_2', \end{array}$$

$\tau_2,$

wo τ_1 das Mittel aus der an beiden Thermometern im Anfang abgelesenen Temperaturen

¹⁾ Die Thermometer-Beleuchtung und Ablesung bereitet indessen auch noch indirect Störungen. Die drei Gaslampen zusammen erhöhen nach und nach die Temperatur der Umgebung und wenn man auch in der kältern Jahreszeit durch theilweises Oeffnen von Fenstern und Thüren diesem Uebelstande begegnen kann, so stellt sich dann dafür leicht eine Störung des Temperatur-Gleichgewichts her, die sich auch in's Innere des Comparators fortpflanzt. Diese aber wird um so nachtheiliger, als der Raum, in welchem sich die Stäbe befinden, nicht bloss durch die zwei Oeffnungen für die Beleuchtung und Ablesung der Theilungen, sondern auch noch durch die drei Oeffnungen zur Beleuchtung und Ablesung der Thermometer mit dem äussern Raume communicirt. Endlich sind die durch die Hohlspiegelchen beleuchteten Stellen der Thermometer von so geringem Umfang, dass beim Steigen oder Fallen der Temperatur um circa 2° im Lauf der 12 Stunden nach der Justirung die Erkennung des Quecksilberfadens und der Theilung bereits schwierig wird. Zur Beseitigung auch dieser Uebelstände habe ich zunächst Regulierungshähne für die seitlichen Lampen in der Nähe des Beobachters angebracht, sodann die Einführung der Luftheizung in der Eichstätte (statt der bestehenden Ofen- und Dampfheizung) beantragt, die auch bereits genehmigt worden ist und die sich nun leicht mit einem Selbstregulator wird verbinden lassen. Endlich beabsichtigte ich den ganzen Kasten mit einer Spiegelglasplatte zu bedecken, die Thermometer aus dem Comparator ganz zu entfernen und die Temperatur von aussen vermittelst Thermoketten zu bestimmen, die dann zudem sicherer die Temperatur der Stäbe angeben würden. Das Letztere wurde früher vergeblich durch Aufstellung eines aus einem Zink- und Eisenstabe bestehenden Metall-Thermometers versucht; es ergab sich bei den zur Prüfung angestellten Versuchen keine Proportionalität in den Angaben dieses Thermometers und der daneben befindlichen Quecksilber-Thermometer, was ich einer ungleichförmigen Ausdehnung des Zinkstabes zuschrieb. Die Bestimmung der Temperatur mit Thermoketten hatte ich zwar bereits theilweise vorbereitet, meines bevorstehenden Wegganges wegen indessen die Ausführung suspendirt.

und τ_2 dasselbe für den Schluss der Vergleichung, sodann τ'_1 , τ'_2 , τ''_1 und τ''_2 die unbekannten Temperaturen der Stäbe repräsentiren, die aber jedenfalls zwischen τ_1 und τ_2 gelegen sind und für die man mit hinlänglicher Annäherung hat:

$$3. \quad \frac{\tau''_1 + \tau''_2}{2} = \frac{\tau'_1 + \tau'_2}{2} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}.$$

Endlich sind l'_1 und r'_1 die ersten Micrometer-Ablesungen rechts und links am zu vergleichenden Stab, l''_1 und r''_1 sowie l'_2 und r'_2 , die aufeinander folgenden Micrometer-Einstellungen beim Normalstabe und endlich l_2 und r_2 die letzten Micrometer-Ablesungen wieder am zu vergleichenden Stab.

Setzen wir nun:

$$\begin{aligned} l''_1 - l'_1 &= l_1 & r''_1 - r'_1 &= r_1 \\ l''_2 - l'_2 &= l_2 & r''_2 - r'_2 &= r_2 \end{aligned}$$

so ergibt die Addition der beiden Gleichungen 1. und 2. mit Berücksichtigung von 3.

$$L_0 \left(1 + m \cdot \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \right) = N_0 \left(1 + n \cdot \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \right) + \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Ist also t das Temperatur-Mittel aller Thermometerablesungen, l das Mittel aus den Ablesungsdifferenzen am Micrometer links, und r die entsprechende Grösse für das Micrometer rechts, so ist das Resultat einer vollständigen Vergleichung eines Strichmaasses:

$$L_0 (1 + mt) = N_0 (1 + nt) + l + r.$$

Legen wir darauf ein Endmaass von der Länge L'_0 bei 0° und dem Ausdehnungskoeffizienten m' in den Comparator ein und machen ebenfalls eine vollständige Vergleichung, so wird deren Resultat analog sein:

$$L'_0 (1 + m't) + A_0 (1 + at) = N'_0 (1 + nt) + l' + r',$$

wo A_0 die Länge der Anschläge-Cylinder zusammen von dem betreffenden Ende z. B. der Spitze bis zum Kreuzstrich bei 0° und a den Ausdehnungskoeffizienten derselben repräsentiren, die übrigen Grössen entsprechende Bedeutung wie oben haben.

Nehmen wir an, dass durch irgend welche Messungen die in Revolutionen der Micrometerschrauben ausgedrückten Grössen l und r aufeinander reducirt werden können, und setzen dann allgemein $l + r = b$, so ergäbe die Vergleichung eines Strichmaasses mit dem Normalstab bei den drei Temperaturen von 0 , t_1 und t_2 Graden die 3 Gleichungen:

$$L_0 = N_0 + b_0,$$

$$L_0 (1 + mt_1) = N_0 (1 + nt_1) + b_1,$$

$$L_0 (1 + mt_2) = N_0 (1 + nt_2) + b_2.$$

Hieraus folgt:

$$b_0 = \frac{b_1 t_2 - b_2 t_1}{t_2 - t_1},$$

d. h. also, es kann die Längendifferenz der beiden Stäbe bei 0° ohne Kenntniss ihrer Ausdehnungskoefficienten bloss durch Bestimmung ihrer Längendifferenzen bei irgend zwei bestimmten Temperaturen ermittelt werden.

Nehmen wir dagegen an, es sei der Ausdehnungskoefficient n des Normalstabes bekannt und N_0 und b_1 und b_2 in denselben absoluten Einheiten auszudrücken, so dass man die Gleichungen hat:

$$L_0 (1 + m t_1) = A_1,$$

$$L_0 (1 + m t_2) = A_2,$$

so ergibt sich hieraus:

$$L_0 = \frac{A_1 t_2 - A_2 t_1}{t_2 - t_1},$$

$$m = \frac{A_2 - A_1}{A_1 t_2 - A_2 t_1}.$$

Es ist also in diesem Fall sowohl die Länge bei 0° wie auch der Ausdehnungskoefficient des zu vergleichenden Maasses L_0 aus den Vergleichen bei zwei verschiedenen Temperaturen abzuleiten.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich aber, dass wir zur Bestimmung der absoluten Länge eines Strichmaasses und seiner Ausdehnung ausser den zwei vollständigen Vergleichen mit dem Normalstab noch für diesen selbst den Ausdehnungskoefficienten zu bestimmen, sodann die Werthe der Revolutionen der Micrometerschrauben in Millimetern zu ermitteln, endlich die Theilung des Normalstabes zu verificiren und in wahren Millimetern auszudrücken haben. Zu dem letztern Zwecke aber ist der Normalstab mit dem Muttermeter zu vergleichen und zwar wieder, da die Länge des letztern nur für 0° gegeben und seine Ausdehnung nicht bekannt ist, bei zwei verschiedenen Temperaturen. Nun ist aber das Muttermeter ein Endmaass mit planen Flächen; da also die Anschiebe-Cylinder hiebei zur Anwendung kommen, so muss auf irgend eine Weise durch Vergleichen mit dem Normalstab wieder bei zwei verschiedenen Temperaturen deren Länge von der Spitze bis zu dem Kreuzstrich und ihr Ausdehnungskoefficient bestimmt werden. Ich glaube die Schwierigkeiten, welche sich der genauen Ausführung dieser letztern Bestimmung entgegenstellten, durch folgendes Verfahren befriedigend gelöst zu haben:

Ein Messingstab von 1 Meter Länge und 20^{mm} Breite und Dicke, den wir in der Folge das Hülfsmeter nennen werden, wurde an den Enden mit zwei eingeschraubten planen

Stahlspiegeln von 10^{mm} Durchmesser versehen; ausserdem brachte man an dem Stabe etwas unterhalb dieser Stahlspiegel zwei kleine, nahe senkrecht dazu gestellte gewöhnliche Spiegel an. Legt man diesen Stab wie ein Endmaass auf den Träger 0,0, im Comparator und schiebt die Anschiebe-Cylinder mit den Spitzen dagegen, so sieht man, wenn die beiden Micrometer-Microscope über den letztern aufgestellt werden, in Folge des Lichts, das vom Microscope her an der Spitze vorbei auf den nahezu horizontalen nur wenig gegen den Stahlspiegel hingeneigten Spiegel darunter fällt und von da wieder nach oben in das Microscop hineinreflectirt wird, die Spitze und zugleich ihr an sie stossendes Bild im Stahlspiegel dunkel und scharf auf hellem Hintergrunde, so dass man den Micrometerfaden mit ebenso grosser Genauigkeit auf die Grenze der Spitze und ihres Bildes einstellen kann, wie auf einen Theilstrich. Demzufolge ist es möglich, die Länge des Hilfsstabes allein direct am Normalstabe zu bestimmen und sodann auch diese Länge mehr derjenigen der Anschiebecylinder von ihren Strichen bis zu ihren Spitzen. Die Differenz dieser Längen am Normalstabe gibt also die gesuchte Grösse und wenn man die Messungen wieder bei zwei verschiedenen Temperaturen macht, so lässt sich daraus auch der Ausdehnungscoefficient der Anschiebe-Cylinder ableiten. Diese Erörterungen werden hinlänglich den im Folgenden dargestellten Gang der Untersuchungen begründen und rechtfertigen.

§ 10. Untersuchung der Micrometer-Schrauben der beiden Filar-Micrometer.

Um zu erkennen, inwiefern die einzelnen Schraubengänge der Filar-Micrometer dieselbe Höhe haben, mass ich am 17. und 18. August, sowie 5., 6. und 7. September 1866 die Länge des ersten Zehntel Millimeters des Schiebers beim Normalstabe der Reihe nach durch aufeinander folgende Schraubengänge beider Micrometer aus. Bei dem mit L bezeichneten Micrometer (wenn man auf dem Tritte steht zur linken Hand) gieng man an der linearen Scale des Micrometers vom Scalentheil 5 bis zu 18, beim Micrometer R (rechter Hand) von 0 bis 13. Da die Trommeln der Micrometer in 100 Theile eingetheilt sind, welche so gross erscheinen, dass man $\frac{1}{10}$ Trommeltheil noch sehr gut schätzen kann, so konnte man $\frac{1}{100}$ Revolution unmittelbar ablesen und $\frac{1}{1000}$ bequem schätzen.

Heissen wir die Höhe eines Schraubengangs oder eine Revolution beim Micrometer L: λ und beim Micrometer R: ρ , so ergaben sich als Mittelwerthe aus je 5 Einstellungen

des beweglichen Fadens auf die beiden Enden des ersten Zehntel Millimeters des Schiebers¹⁾ in zwei von einander ganz unabhängigen Beobachtungs-Serien der Reihe nach die Werthe:

Micrometer L		Micrometer R	
von 5—18 ^λ der lin. Scale.		von 0—13 ^ρ der lin. Scale.	
1. Serie.	2. Serie.	1. Serie.	2. Serie.
^λ	^λ	^ρ	^ρ
1,332	1,333	1,319	1,320
1,339	1,335	1,308	1,308
1,336	1,331	1,309	1,308
1,321	1,322	1,309	1,311
1,330	1,330	1,304	1,304
1,329	1,327	1,302	1,301
1,321	1,322	1,322	1,321
1,324	1,325	1,322	1,320
1,331	1,332	1,309	1,309
1,328	1,333	1,322	1,321
<u>1,3291</u>	<u>1,3290</u>	<u>1,3126</u>	<u>1,3123</u>
	Mittel		

Die mittlere Temperatur im innern Kasten während dieser Messungen betrug 18°,5 C.

Bezeichnen wir den ersten Zehntel Millimeter des Schiebers mit X₁, so ist also dessen Werth ausgedrückt in durchschnittlichen Revolutionen beider Micrometerschrauben:

$$X_1 = 1,3290^{\lambda} = 1,3125^{\rho},$$

so dass man auch für die Reduction von ρ auf λ hat:

$$1^{\rho} = 1,01257^{\lambda}.$$

Bildet man aber die Differenzen dieser Mittelwerthe von X₁ mit den obigen einzelnen Daten, so erhält man eine Vorstellung von der Genauigkeit, mit welcher die Schrauben geschnitten sind. Beim Micrometer links ergibt sich so als mittlere Abweichung: $\pm 0,0043^{\lambda}$ und beim Micrometer rechts: $\pm 0,0067^{\rho}$. Da in Anbetracht dessen, dass der Einstellungsfehler ebenso gross ist, diese Abweichung gering erscheint und sich zugleich kein bestimmtes Gesetz über die Zunahme oder Abnahme der Grösse der Revolutionen ergibt, schien es mir durchaus genügend, sich im Allgemeinen in der Folge stets an die obigen mittlern Werthe der Schrauben-Revolutionen zu halten.

¹⁾ Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass zur Vermeidung des schädlichen Einflusses eines todten Ganges bei den Micrometerschrauben (der übrigens sehr gering ist) hier und so stets im Nachfolgenden die Einstellungen immer durch Drehung der Schraube nach wachsenden Trommeltheilen gemacht wurden.

§ II. Untersuchung der Theilung des Schiebers und des Normalstabes.

Zunächst wurden am 8. und 10. September die 10 Zehntel-Millimeter des ersten Millimeters des Schiebers, die wir der Reihe nach mit X_1, X_2, X_3 etc. bezeichnen wollen, durch den Anfang des Micrometers R i. e. den ersten Schraubengang ϱ_1 desselben wieder in zwei voneinander unabhängigen Beobachtungs-Serien ausgemessen. Die Differenzen aus je 5 Einstellungen des Fadens auf Anfang und Ende der betreffenden Theile ergaben im Mittel folgende Werthe:

	1. Serie.	2. Serie.
X_1	$= 1,320^{\varrho_1}$	$= 1,321^{\varrho_1}$
X_2	$= 1,322$	$= 1,322$
X_3	$= 1,506$	$= 1,503$
X_4	$= 1,343$	$= 1,343$
X_5	$= 1,326$	$= 1,328$
X_6	$= 1,339$	$= 1,326$
X_7	$= 1,399$	$= 1,398$
X_8	$= 1,405$	$= 1,405$
X_9	$= 1,455$	$= 1,456$
X_{10}	$= 1,506$	$= 1,506$
Summe:	$13,921^{\varrho_1}$	$13,918^{\varrho_1}$

Die mittlere Temperatur bei diesen Messungen betrug $18^{\circ},0$ C. Im Mittel aus diesen beiden Beobachtungsreihen ist somit der erste Millimeter des Schiebers, den wir mit mm_1 bezeichnen wollen, ausgedrückt durch den ersten Schraubengang ϱ_1 des Micrometers R:

$$mm_1 = 13,9195^{\varrho_1}.$$

Aus dem obigen Werthe von X_1 ausgedrückt in ϱ_1 und aus dem im vorigen Paragraph ermittelten Werth davon nach durchschnittlichen Revolutionen ϱ des Micrometers R ergibt sich aber:

$$X_1 = 1,3205^{\varrho_1} = 1,3125^{\varrho},$$

somit ist:

$$1 = 0,99394^{\varrho_1},$$

folglich auch:

$$mm_1 = 13,8352^{\varrho} = 14,0091^{\lambda}.$$

Dieser erste Millimeter des Schiebers wurde nun weiterhin dazu benutzt, eine Reihe von Millimetern des Normalstabes damit zu vergleichen resp. durch λ auszudrücken. Bei dem Normalstab befindet sich der Nullpunkt in der Mitte und die Theilung geht von da aus nach rechts und links bis zu 550 Millimetern. Zur Unterscheidung werden wir daher im Folgenden den betreffenden Millimeterzahlen die Buchstaben L oder R beifügen, je nachdem sie von der Mitte aus nach dem mit L oder R bezeichneten Ende des Stabes hin gelegen sind. Da es viel zu mühsam gewesen wäre, alle Millimeter des Normalstabes zu untersuchen, so beschränkte man sich dabei auf diejenigen, welche für die Verification der Theilung und für die spätern Messungen ihrer Lage nach bestimmt sein mussten. So wurden zunächst bloss die Millimeter L 535 bis L 540 in folgender Weise untersucht. Man brachte der Reihe nach den Millimeter mm_1 des Schiebers mit dem einzelnen der genannten Millimeter nahezu durch allmähliges Verrücken zur Coïncidenz und mass jeweilen an beiden Enden vermittelst des Micrometers L die Entfernung der entsprechenden Striche auf dem Schieber und dem Maassstab, und zwar wurde zur Erhöhung der Genauigkeit resp. zur Verminderung des Einflusses der Beobachtungsfehler das Micrometer zuerst auf die eine Grenze des Millimeters eingestellt und unmittelbar 5 mal nacheinander die Entfernung beider Striche gemessen, darauf das Microscop verschoben, bis die andere Grenze des Millimeters in die Mitte des Gesichtsfeldes fiel und wieder 5 mal auf die Striche dieser Grenze eingestellt. Im Ganzen stellte ich zur Verhütung allfälliger Irrthümer wieder zwei von einander ganz unabhängige Beobachtungsserien an, welche als Mittel aus den 5 Einstellungen folgende Werthe ergaben:

11. — 13. Sept.	1. Serie.	2. Serie.
	λ	λ
L 535 — 536 =	$mm_1 + 0,092 =$	$mm_1 + 0,092$
L 536 — 537 =	$+ 0,218 =$	$+ 0,215$
L 537 — 538 =	$+ 0,061 =$	$+ 0,060$
L 538 — 539 =	$+ 0,069 =$	$+ 0,069$
L 539 — 540 =	$+ 0,173 =$	$+ 0,172$
	λ	λ
Summe: L 535 — 540 =	$5. mm_1 + 0,613 =$	$5. mm_1 + 0,608$

Setzen wir hier den oben gefundenen Werth von mm_1 ein, so erhalten wir als Mitte aus den beiden Beobachtungsserien die Werthe:

$$\begin{aligned}
 L\ 535 - 536 &= 14,1011 \\
 L\ 536 - 537 &= 14,2261 \\
 L\ 537 - 538 &= 14,0691 \\
 L\ 538 - 539 &= 14,0781 \\
 L\ 539 - 540 &= 14,1811 \\
 \text{und: } L\ 535 - 540 &= 70,6560.
 \end{aligned}$$

Mit diesem halben Centimeter L 535 — 540 verglich ich darauf in ganz entsprechender Weise den ersten halben Centimeter des Schiebers, den wir mit $\frac{1}{2} \text{ cm}_1$ bezeichnen wollen. Ich erhielt:

11. und 12. Sept. 1. Serie. 2. Serie.

$$L 535 - 540 = \frac{1}{2} \text{ cm}_1 + 0,266 = \frac{1}{2} \text{ cm}_1 + 0,266.$$

Daraus aber folgt unter Einsetzung des Werthes von L 535 — 540 im Mittel:

$$\frac{1}{2} \text{ cm}_1 = 70,3900.$$

Die entsprechende Vergleichung aber dieses ersten halben Centimeters des Schiebers mit der Länge L 530 — L 535 der Theilung unterm gleichen Datum ergab:

1. Serie. 2. Serie.

$$L 530 - 535 = \frac{1}{2} \text{ cm}_1 + 0,109 = \frac{1}{2} \text{ cm}_1 + 0,112,$$

woraus unter Einsetzung des Werthes von $\frac{1}{2} \text{ cm}_1$ folgt:

$$L 530 - 535 = 70,5005.$$

Durch Addition dieses Resultats und des obigen für L 535 — 540 finden wir aber:

$$L 530 - 540 = 141,1565.$$

Mit diesem Centimeter der Theilung wurde jetzt weiterhin der erste Centimeter: cm_1 des Schiebers verglichen. Im Mittel aus je 5 Messungen erhielt man:

11. und 12. Sept. 1. Serie. 2. Serie.

$$L 530 - L 540 = \text{cm}_1 + 0,363 = \text{cm}_1 + 0,363,$$

so dass also im Mittel ist:

$$\text{cm}_1 = 140,7935$$

Durch allmälige Verrückung des Schiebers gelangte man dazu, mit diesem Centimeter desselben ausser L 530 — 540 noch alle Centimeter der Theilung zwischen L 500 und L 550 zu vergleichen. Die Resultate dieser Messungen, denen wir noch das vorstehende beifügen, sind:

13. und 14. Sept. 1. Serie. 2. Serie.

$$L 550 - 540 = \text{cm}_1 + 0,127 = \text{cm}_1 + 0,129$$

$$L 540 - 530 = + 0,363 = + 0,363$$

$$L 530 - 520 = + 0,073 = + 0,075$$

$$L 520 - 510 = + 0,226 = + 0,227$$

$$L 510 - 500 = + 0,188 = + 0,188$$

$$\text{Summe: } L 550 - 500 = 5 \cdot \text{cm}_1 + 0,977 = 5 \cdot \text{cm}_1 + 0,982$$

Die Einsetzung des Werthes von cm_1 ergibt im Mittel aus diesen beiden Beobachtungsreihen :

$$L\ 550 - 540 = 140,9215^{\lambda}$$

$$L\ 540 - 530 = 141,1565$$

$$L\ 530 - 520 = 140,8675$$

$$L\ 520 - 510 = 141,0195$$

$$L\ 510 - 500 = 140,9815$$

und :

$$L\ 550 - 500 = 704,9465^{\lambda}$$

Hiemit und mit dem folgenden halben Decimeter der Theilung als Ganzes verglich man darauf immer in gleicher Weise den ersten halben Decimeter des Schiebers $\frac{1}{2} dm_1$ und fand:

17. und 18. Sept.	1. Serie.	2. Serie.
$L\ 550 - 500 = \frac{1}{2} dm_1 + 0,431 = \frac{1}{2} dm_1 + 0,432^{\lambda}$		
$L\ 500 - 450 =$	$+ 0,026 =$	$+ 0,027^{\lambda}$

Aus der ersten dieser Gleichungen folgt im Mittel :

$$\frac{1}{2} dm_1 = 704,5150^{\lambda}$$

und aus der zweiten vermöge dieses Werthes :

$$L\ 500 - 450 = 704,5415^{\lambda}$$

Dieser Werth aber und der obige von $L\ 550 - 500$ combinirt geben :

$$L\ 550 - 450 = 1409,4880^{\lambda}$$

Die Vergleichung dieses und aller übrigen Decimeter des Normalstabes mit dem Decimeter dm des Schiebers, wobei für den Decimeter $L\ 50 - R\ 50$ an der linken Grenze das bisherige Micrometer L , an der rechten aber das Micrometer R gebraucht wurde (weil eine die beiden Schienen in der Mitte verknüpfende Traverse das Hinüberschieben des Microscopes L verhinderte) und aus demselben Grunde nun auch für die weitem Decimeter rechts das Micrometer R Verwendung fand, ergab :

17.—27. Sept.	1. Serie.	2. Serie.
$L\ 550 - 450 = dm + 0,289 = dm + 0,286^{\lambda}$		
$L\ 450 - 350 =$	$- 0,384 =$	$- 0,385^{\lambda}$
$L\ 350 - 250 =$	$- 0,162 =$	$- 0,159^{\lambda}$

17.—27. Sept.	1. Serie.	2. Serie.
L 250 — 150 =	λ — 0,307 =	λ — 0,304
L 150 — 50 =	λ — 0,297 =	λ — 0,296
L 50 — R50 =	λ + 0,470 =	λ + 0,631
	ϱ — 0,242 =	ϱ — 0,400
R 50 — 150 =	ϱ + 0,157 =	ϱ + 0,157
R 150 — 250 =	— 0,328 =	— 0,330
R 250 — 350 =	— 0,166 =	— 0,167
R 350 — 450 =	— 0,462 =	— 0,464
R 450 — 550 =	— 0,467 =	— 0,468.

Aus der ersten dieser Gleichungen und der vorigen folgt:

$$dm = 1409,2005$$

und wenn wir diesen Werth in die andern einsetzen und gemäss der im vorigen § ermittelten Relation zwischen ϱ und λ alle Revolutionen des Micrometers R in λ verwandeln, so erhalten wir schliesslich:

L 550 — 450 =	λ 1409,4880
L 450 — 350 =	1408,8160
L 350 — 250 =	1409,0400
L 250 — 150 =	1408,8950
L 150 — 50 =	1408,9040
L 50 — R50 =	1409,4260
R 50 — 150 =	1409,3595
R 150 — 250 =	1408,8673
R 250 — 350 =	1409,0319
R 350 — 450 =	1408,7317
R 450 — 550 =	1408,7268.

Bei allen diesen Messungen schwankte die Temperatur bloss zwischen 16 und 17° C., so dass wegen der gleichen Beschaffenheit von Schieber und Stab dadurch keine Ungenauigkeit der Resultate zu befürchten ist.

Mit dem ersten Centimeter des Schiebers und dem Micrometer R untersuchte ich ferner unmittelbar die Centimeter R 450 — 500 und erhielt:

18. u. 19. Oct.	1. Serie.	2. Serie.
R 450 — 460 =	$\text{cm}_1 + 0,037^e$	$\text{cm}_1 + 0,037^e$
R 460 — 470 =	+ 0,102	+ 0,103
R 470 — 480 =	+ 0,184	+ 0,182
R 480 — 490 =	— 0,096	— 0,095
R 490 — 500 =	+ 0,190	+ 0,192.

Verwandeln wir hier wieder ϱ in λ und setzen den Werth von cm_1 ein, so kommt:

$$\begin{aligned} \text{R } 450 - 460 &= 140,8310^\lambda \\ \text{R } 460 - 470 &= 140,8973 \\ \text{R } 470 - 480 &= 140,9788 \\ \text{R } 480 - 490 &= 140,6968 \\ \text{R } 490 - 500 &= 140,9869. \end{aligned}$$

Diese Centimeter wurden zunächst nicht gebraucht und daher auch nur bestimmt, um durch sie die weitem Centimeter von R 500 bis R 550 verificiren zu können, an welche wegen der Kürze des innern Kastens der Centimeter cm_1 des Schiebers nicht unmittelbar angelegt werden konnte. Man machte desshalb zuerst die obigen Beobachtungen und sodann folgende zwei Reihen:

15.—18. Oct.	1. Serie.	2. Serie.
R 550 — 500 =	$\frac{1}{2} \text{ dm}_1 - 0,178^e$	$\frac{1}{2} \text{ dm}_1 - 0,179^e$
R 540 — 490 =	+ 0,003	+ 0,003
R 530 — 480 =	— 0,134	— 0,133
R 520 — 470 =	— 0,159	— 0,160
R 510 — 460 =	— 0,120	— 0,119
R 500 — 450 =	— 0,122	— 0,121.

Nehmen wir hier die Mittelwerthe aus beiden Serien und subtrahiren dann je zwei aufeinanderfolgende Gleichungen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \text{R } 550 - 540 &= \text{R } 500 - 490 - 0,1815^e \\ \text{R } 540 - 530 &= \text{R } 490 - 480 + 0,1365 \\ \text{R } 530 - 520 &= \text{R } 480 - 470 + 0,0260 \\ \text{R } 520 - 510 &= \text{R } 470 - 460 - 0,0400 \\ \text{R } 510 - 500 &= \text{R } 460 - 450 + 0,0020. \end{aligned}$$

Die Einsetzung der oben bestimmten Werthe von R 450 — 460 etc. nach Verwandlung der ϱ in λ gibt schliesslich :

$$\begin{aligned} R 500 - 510 &= 140,8330 \\ R 510 - 520 &= 140,8568 \\ R 520 - 530 &= 141,0051 \\ R 530 - 540 &= 140,8350 \\ R 540 - 550 &= 140,8031. \end{aligned}$$

Aus demselben Grunde war es unmöglich, die Millimeter R 535 — 540 direct mit dem Millimeter mm_1 des Schiebers zu vergleichen. Man wählte daher hiefür einen Millimeter des Schiebers in seiner Mitte und zwar vom Halb-Decimeter-Strich aus gegen den Anfang des Schiebers hin. Bezeichnen wir seine unbekannte Länge mit mm_2 , so folgt aus seiner Vergleichung mit allen Millimetern von R 530 bis R 540 :

20.—24. Oct. 66.

1. Serie.

2. Serie.

R 540 — 539 =	$mm_2 + 0,117^e$	$mm_2 + 0,117^e$
R 539 — 538 =	— 0,003	— 0,004
R 538 — 537 =	+ 0,019	+ 0,018
R 537 — 536 =	+ 0,112	+ 0,112
R 536 — 535 =	+ 0,042	+ 0,041
R 535 — 534 =	+ 0,200	+ 0,200
R 534 — 533 =	— 0,104	— 0,105
R 533 — 532 =	+ 0,018	+ 0,016
R 532 — 531 =	+ 0,159	+ 0,160
R 531 — 530 =	+ 0,038	+ 0,037

$$\text{Summe: } R 540 - 530 = 10. mm_2 + 0,598^e = 10. mm_2 + 0,592^e.$$

Hieraus folgt zunächst:

$$mm_2 = \frac{1}{10} (R 540 - 530) - 0,0595^e$$

oder :

$$mm_2 = 14,0232^\lambda$$

Führen wir aber nach Verwandlung von ϱ in λ diesen Werth oben ein, so kommt als Mittel aus beiden Reihen :

$$\begin{aligned}
 R\ 530 - 531 &= 14,0612 \\
 R\ 531 - 532 &= 14,1847 \\
 R\ 532 - 533 &= 14,0404 \\
 R\ 533 - 534 &= 13,9174 \\
 R\ 534 - 535 &= 14,2257 \\
 R\ 535 - 536 &= 14,0652 \\
 R\ 536 - 537 &= 14,1366 \\
 R\ 537 - 538 &= 14,0419 \\
 R\ 538 - 539 &= 14,0197 \\
 R\ 539 - 540 &= 14,1417.
 \end{aligned}$$

Während dieser letztern Messungen variirte die Temperatur zwischen 13 und 14° C. Aus der Vergleichung der jeweiligen Resultate der ersten und zweiten Serie von Beobachtungen, ergibt sich, dass der mittlere Fehler aller dieser Bestimmungen kleiner ist als $\pm 0,001$.

§ 12. Vergleichungen von Normalstab und Muttermeter.

Wegen des Eindrucks, welchen einer der Goldstifte des Muttermeters in der Mitte seiner Endfläche gleich zu Anfang durch ein unvorsichtiges Anstossen des Anschiebeylinders erfahren hatte, mussten diese Vergleichungen doppelt gemacht werden, nämlich einmal unter Berührung der Anschiebeylinder rechts von der Mitte des Goldstiftendes und sodann bei Berührung von Punkten, die um eine gleiche Grösse links von der Mitte lagen. Wir theilen hier beispielsweise die Resultate einer dieser Vergleichungen, welche am 8.—10. März bei einer Temperatur von ungefähr 5° angestellt wurde, in Extenso mit. Die unmittelbaren Thermometer-Ablesungen sind dabei bereits corrigirt, sowie die Differenzen der Micrometerfaden-Einstellungen auf die Anschiebeylinder und die nächsten Striche des Normalstabes L 537 und R 537 genommen:

Therm. I. Therm. II.		Muttermeter + Anschiebecylinder vom Strich zur Spitze =				
Gefäss		L 537 — R 537 des Normalstabs +				
am Ende.	in der Mitte.	Mittel.				Mittel.
^o 4,72	^o 4,73	^o 4,730	^λ + 8,936	^ρ + (4,465 = 4,521)	^λ = 13,457	^λ + 13,4505
73	74		+ 6,948	+ (6,415 = 6,496)	= 13,444	
4,73	4,74	4,740	+ 6,563	+ (6,809 = 6,895)	= 13,458	+ 13,4470
74	75		+ 4,676	+ (8,651 = 8,760)	= 13,436	

Therm. I. Therm. II.			Muttermeter + Anschiebecylinder vom Strich zur Spitze =			
Gefäß			L 537 — R 537 des Normalstabs +			
am Ende.	in der Mitte.	Mittel.				Mittel.
^o 4,75	^o 4,76	^o 4,765	+ ^λ 8,983	+ ^ρ (4,405 = 4,460)	= ^λ 13,443	+ ^λ 13,4425
77	78		+ 6,871	+ (6,489 = 6,571)	= 13,442	
4,87	4,86		+ 9,596	+ (3,829 = 3,877)	= 13,473	
88	88	4,875	+ 8,600	+ (4,788 = 4,848)	= 13,448	+ 13,4605
4,88	4,88		+ 8,224	+ (4,197 = 4,250)	= 13,474	
90	90	4,890	+ 5,580	+ (7,770 = 7,868)	= 13,448	+ 13,4610
4,91	4,92		+ 7,747	+ (5,652 = 5,723)	= 13,470	
93	93	4,925	+ 6,013	+ (7,328 = 7,420)	= 13,433	+ 13,4515
5,02	5,03		+ 10,230	+ (3,182 = 3,222)	= 13,452	
03	04	5,030	+ 5,571	+ (7,778 = 7,876)	= 13,447	+ 13,4495
5,03	5,04		+ 8,980	+ (4,400 = 4,455)	= 13,435	
04	05	5,040	+ 6,580	+ (6,806 = 6,891)	= 13,471	+ 13,4530
5,06	5,06		+ 7,917	+ (5,483 = 5,552)	= 13,469	
08	08	5,070	+ 7,479	+ (5,906 = 5,980)	= 13,459	+ 13,4640
5,10	5,11		+ 9,471	+ (3,941 = 3,991)	= 13,462	
11	12	5,110	+ 6,490	+ (6,866 = 6,952)	= 13,442	+ 13,4520
Mittel: ^o 4,917			Mittel: ^λ + 13,4532			

Bei diesen Messungen berührten die Anschiebecylinder die Goldstifte des Muttermeters Rechts von der Mitte von der linken Seite des Apparates aus betrachtet. In ganz entsprechender Weise fanden die Vergleichen unter Berührung der Anschiebecylinder Links von der Mitte ungefähr bei derselben Temperatur statt, die durch Abkühlung des ganzen Zimmers mittelst Öffnen der Fenster erzielt wurde. Auch so konnten stets nur 2—3 vollständige Vergleichen nacheinander gemacht werden, weil wegen der Erwärmung des Zimmers durch die Beleuchtungslampen bei längerem Beobachten die Temperatur auch im Comparator allzurasch zu steigen begann. In beiden Lagen des Muttermeters wurden hernach ganz entsprechende Vergleichen bei Temperaturen von ungefähr 22° angestellt, indem man zu dem Ende unter Combination der Dampf- und Ofen-Heizung das ganze Zimmer mehrere Tage lang auf dieser Temperatur erhielt. Die Resultate der einzelnen vollständigen Vergleichen (Mittel der vorigen Tafel) sind im Folgenden mit den Abweichungen v vom Mittel zusammengestellt.

Muttermeter + Anschiebe-Cylinder = L 537 bis R 537 + b

5.—7. März 1867

8.—10. März 1867

Berührung links

Berührung rechts

t	b	v	t	b	v
_o	_λ	_λ	_o	_λ	_λ
3,515 +	13,4095 +	0,0103	4,730 +	13,4505 —	0,0027
520	3865 —	127	740	4470 —	062
530	3910 —	182	765	4425 —	107
570	3835 —	157	875	4605 +	073
600	3830 —	162	890	4610 +	078
610	4030 +	038	925	4515 —	017
635	4055 +	063	5,030	4495 —	037
655	4085 +	093	040	4530 —	002
695	4110 +	118	070	4640 +	108
710	4105 +	113	110	4520 —	012
_o	_λ	_λ	_o	_λ	_λ
3,604	13,3992 ±	0,0106	4,917	13,4532 ±	0,0052

Hiebei repräsentiren die Zahlen $\pm 0,0106$ und $\pm 0,0052$ die mittlere Abweichung der einzelnen Vergleichungsergebnisse von dem Mittelwerth; die mittleren Fehler dieser Endresultate selbst aber werden gemäss der Methode der kleinsten Quadrate dargestellt durch $\pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}}$, wo n die Zahl der Beobachtungen ist, und sind demzufolge für die beiden vorstehenden Mittelwerthe beziehungsweise $\pm 0,00373$ und $\pm 0,00213$.

Berührung links

Berührung rechts

28. Jan. 1867

26. Jan. 1867

t	b	v	t	b	v
_o	_λ	_λ	_o	_λ	_λ
22,300 +	13,9970 +	0,0102	21,125 +	13,9555 —	0,0016
285	9710 —	0,0158	190	9655 +	0,0084
170	9930 +	0,0062	300	9435 —	0,0136
185	9930 +	0,0062	335	9605 +	0,0034
245	9800 —	0,0068	375	9605 +	0,0034
_o	_λ	_λ	_o	_λ	_λ
22,237 +	13,9868 ±	0,0090	21,265 +	13,9571 ±	0,0061

Berührung links.			Berührung rechts.		
13. März 1867			12. März 1867		
^o 21,785	+ ^λ 14,0060	+ ^λ 0,0069	^o 23,470	+ ^λ 14,0060	- ^λ 0,0168
860	0095	+ 0,0104	475	0205	- 0,0023
890	13,9970	- 0,0021	470	0275	+ 0,0047
925	9930	- 0,0061	450	0420	+ 0,0192
22,050	9900	- 0,0091	430	0180	- 0,0048
^o 21,902	+ ^λ 13,9991	± ^λ 0,0069	^o 23,459	+ ^λ 14,0228	± ^λ 0,0096

Als mittlere Fehler dieser vier Mittelwerthe ergeben sich respective:

$$\begin{aligned} & \pm 0,00488, & \pm 0,00375, \\ & \pm 0,00374, & \pm 0,00592. \end{aligned}$$

Streng genommen liegen in den Abweichungen v auch noch die durch die allmälige Aenderung der Temperatur im Laufe einer Beobachtungsreihe bedingten Veränderungen von b ; indessen sieht man sofort, dass diese Abweichungen ganz innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fallen, wenn man berücksichtigt, dass die Temperatur bei einer Beobachtungsreihe im Maximum um $0^{\circ},2$ vom Mittelwerthe variirt und dass die eine Veränderung von $0^{\circ},2$ in der Temperatur entsprechende Aenderung des Werthes von b nur $0,0062$ beträgt.

Fassen wir jeweilen die Beobachtungs-Resultate vom 28. Jan. und 13. März, sowie vom 26. Jan. und 12. März zusammen, so erhalten wir folgende Zusammenstellung:

Berührung Muttermeter + Anschiebecylinder vom Strich bis zur Spitze = Temperatur			
Rechts	= Normalstab L 537 — R 537	+ ^λ 13,4532 ± ^λ 0,0021	^o 4,917 C.
Links	= id.	+ 13,3992 ± 0,0037	3,604
Rechts	= id.	+ 13,9900 ± 0,0048	22,362
Links	= id.	+ 13,9930 ± 0,0043	22,070

Setzen wir nun der Kürze halber:

- M_0 = Länge des Muttermeters bei 0° ,
 A_0 = » der beiden Anschiebecylinder zusammen von den Strichen bis zur Spitze bei 0° ,
 N_0 = » des Normalstabes von L 500 bis R 500,
 N'_0 = » » » » L 537—500 mehr R 537—500,
 m = linearer Ausdehnungskoeffizient des Muttermeters für 1° C,
 a = » » » der Anschiebecylinder für 1° C,
 n = » » » des Normalstabes für 1° C,

so hat man zufolge § 9 die drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} M_0 + A_0 &= N_0 + N'_0 + b_0, \\ M_0 (1 + m t_1) + A_0 (1 + a t_1) &= (N_0 + N'_0) (1 + n t_1) + b_1, \\ M_0 (1 + m t_2) + A_0 (1 + a t_2) &= (N_0 + N'_0) (1 + n t_2) + b_2, \end{aligned}$$

wo b_0 , b_1 und b_2 die bei den Temperaturen 0° , t_1° und t_2° stattfindenden Längendifferenzen. Aus diesen 3 Gleichungen folgt für das unbekannte b_0 der Werth:

$$b_0 = \frac{b_1 t_2 - b_2 t_1}{t_2 - t_1}$$

Den obigen Beobachtungs-Resultaten zufolge ist aber im Mittel:

$$\begin{aligned} t_2 &= 22,216^\circ & b_2 &= 13,9915^\lambda \pm 0,0045^\lambda \\ t_1 &= 4,2605^\circ & b_1 &= 13,4262^\lambda \pm 0,0029^\lambda \end{aligned}$$

und somit, wenn man bedenkt, dass der mittlere Fehler von b_0 gegeben ist durch:

$$\left(d b_0 \right)^2 = \left(\frac{t_2}{t_2 - t_1} d b_1 \right)^2 + \left(\frac{t_1}{t_2 - t_1} d b_2 \right)^2$$

wo $d b_1 = \pm 0,0029^\lambda$ und $d b_2 = \pm 0,0045^\lambda$ ist, findet man:

$$b_0 = 13,2921^\lambda,$$

$$\text{und } d b_0 = \pm 0,0037^\lambda.$$

Berechnet man dagegen b_0 mit den einzelnen Werthen bei Berührung rechts und links von der Mitte, so ergeben sich die zwei Werthe:

$$b_0^r = 13,3019^\lambda \quad b_0^l = 13,2833^\lambda$$

wonach also die Differenz der beiden Längen: $0,0186^\lambda$ betrüge.

§ 13. Bestimmung der Länge der Anschiebe-Cylinder von den Strichen zur Spitze.

Zu dem Ende wurden die Anschiebe-Cylinder an das Hülfsmeter mit ebenen und bis zum Hochglanz polirten Stahlenden angeschoben und die Micrometerfaden abwechselnd einmal auf die Striche und sodann auf die Grenze der Spitzen und ihrer Bilder in den Stahlspiegeln eingestellt und die betreffenden Entfernungen am Normalstabe gemessen. Als Mittelwerthe der 4 bei einer solchen Doppelvergleichung abgelesenen Temperaturen und für die Differenzen der micrometrischen Einstellungen unter Reduction der ϱ auf λ erhielt man so folgende Resultate:

8. bis 12. Januar 1867.

Temperatur.	Hülfsmeter =	Hülfsmeter + Anschiebe-Cyl. =	Anschiebecylinder =
Celsius.	= L 500 — R 500 —	= L 537 — R 537 +	= L 537 — 500 + R 500 — 537 +
^o	^λ	^λ	^λ ^λ
4,125	— 1,126	+ 12,185	+ 13,311 + 0,003
4,110	— 1,125	+ 12,157	+ 13,282 — 0,026
4,170	— 1,127	+ 12,178	+ 13,305 — 0,003
4,195	— 1,135	+ 12,181	+ 13,316 + 0,008
4,255	— 1,090	+ 12,202	+ 13,292 — 0,016
4,255	— 1,136	+ 12,172	+ 13,308 + 0,000
4,325	— 1,104	+ 12,212	+ 13,316 + 0,008
4,480	— 1,131	+ 12,178	+ 13,309 + 0,001
4,585	— 1,115	+ 12,212	+ 13,327 + 0,019
4,605	— 1,163	+ 12,153	+ 13,316 + 0,008
Mittel: ^o 4,311	^λ — 1,1252	^λ + 12,1830	^λ + 13,3082 ± 0,0092

23. Januar 1867.

^o	^λ	^λ	^λ ^λ
20,835	— 0,708	+ 12,548	+ 13,256 + 0,010
20,795	— 0,674	+ 12,576	+ 13,250 + 0,004
20,835	— 0,697	+ 12,540	+ 13,237 — 0,009
20,925	— 0,699	+ 12,543	+ 13,242 — 0,004
20,980	— 0,667	+ 12,568	+ 13,235 — 0,011
21,005	— 0,634	+ 12,622	+ 13,256 + 0,010
21,145	— 0,647	+ 12,579	+ 13,226 — 0,020
21,045	— 0,644	+ 12,610	+ 13,254 + 0,008
21,195	— 0,628	+ 12,619	+ 13,247 + 0,001
21,245	— 0,627	+ 12,626	+ 13,253 + 0,007
Mittel: ^o 21,000	^λ — 0,6625	^λ + 12,5831	^λ + 13,2456 ± 0,0084

Die mittleren Fehler aber der beiden Endresultate für die Anschiebe-Cylinder sind beziehungsweise: $\pm 0,0041$ und $\pm 0,0032$.

Aus den zwei diesen Beobachtungen entsprechenden Gleichungen:

$$A_0 (1 + a t'_1) = N'_0 (1 + n t'_1) + b'_1,$$

$$A_0 (1 + a t'_2) = N'_0 (1 + n t'_2) + b'_2,$$

und aus der dritten Gleichung:

$A_0 = N'_0 + b'_0$
berechnet sich der unbekannte Werth: b'_0 nach der Formel:

$$b'_0 = \frac{b'_1 \cdot t'_2 - b'_2 \cdot t'_1}{t'_2 - t'_1}.$$

Hier ist aber:

$$\begin{aligned} t'_1 &= 4,311 & b'_1 &= 13,3082 \pm 0,0041 \\ t'_2 &= 21,000 & b'_2 &= 13,2456 \pm 0,0032 \end{aligned}$$

so dass die Einsetzung dieser Werthe ergibt:

$$b'_0 = 13,3244$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,0052$.

§ 14. Berechnung des absoluten Werthes von λ in Millimetern und Ermittlung der absoluten Werthe der Theile des Normalstabes.

Den in den beiden vorigen Paragraphen eingeführten Bezeichnungen und Bestimmungen zufolge haben wir jetzt folgende zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} M_0 + A_0 &= N_0 + N'_0 + 13,2921 \pm 0,0037, \\ A_0 &= N'_0 + 13,3244 \pm 0,0052, \end{aligned}$$

und daraus folgt:

$$M_0 = N_0 - 0,0323 \pm 0,0045.$$

Setzen wir hier für M_0 den im § 6 angegebenen Werth, ferner für N_0 die Summe der in § 11 durch λ ausgedrückten Werthe aller Decimeter von L 450 bis R 450 sowie von L 500 — 450 und R 450 — 500, so kömmt:

$$14089,9727 \pm 0,0045 = 999,99801 \pm 0,0005,$$

wo 0,0005 die dem Muttermeter anhaftende Unsicherheit darstellt.

Daraus aber folgt unter Benutzung 10 stelliger Logarithmen:

$$1 = 0,0709723171.$$

Der mittlere Fehler unserer Vergleichung des Normalstabes mit dem Muttermeter ist demnach in Millimetern:

$$\pm 0,00032.$$

Es repräsentirt also diese Grösse bei unserm Comparator für meine Person den mittleren Fehler einer Vergleichung eines Endmaasses mit dem Normalstabe.

Mit dem vorstehenden Werthe von λ lassen sich nun alle oben durch λ ausgedrückten Längen in wahre Millimeter bei 0_o verwandeln¹⁾. So finden wir z. B. beim Normalstabe für die Temperatur von 0_o:

$$N_o = L\ 500 - R\ 500 = 1000,00030^{\text{mm}},$$

$$N_o = L\ 537 - 500 + R\ 537 - 500 = 74,025707^{\text{mm}},$$

$$N_o = L\ 450 - R\ 450 = 900,00503^{\text{mm}};$$

und für die Länge der Anschiebecylinder bei 0_o:

$$A_o = 74,97137^{\text{mm}}.$$

§ 15. Bestimmung der absoluten Ausdehnung des Normalstabes.

Der lineare Ausdehnungscoefficient des Normalstabes wurde dadurch ermittelt, dass man vermittelst der oben beschriebenen Vorrichtung im Keller der Eichstätte die Verlängerung mass, welche der Normalstab von L 500 bis R 500 erfuhr, wenn man ihn von circa 2° bis 23° in seiner Temperatur erhöhte. Zu der Messung dienten dieselben zwei Micrometer-Microscope wie oben; der unveränderte Stand der letztern während der Messungen war hinlänglich garantirt.

a. Erste Beobachtungsreihe:

Der Kasten des Apparats wurde um 8^h Vm., nachdem der Normalstab eingelegt und alles Uebrige gehörig vorbereitet war, mit erwärmtem Wasser gefüllt. Die ersten Ablesungen am Thermometer neben dem Stabe ergaben 33°,5. Nunmehr überliess man den Apparat ganz sich selbst und machte dann erst um 1^h Nm. die erste Serie der nachstehenden Messungen. Darauf wurde sofort das warme Wasser abgelassen, kaltes von circa 9° eingefüllt und diesem 50 Kilogramm grob zerstoßenes Eis zugesetzt. Die Messungen bei dieser Temperatur erfolgten erst kurz vor 6^h Nm. Während des ganzen Tages erhielt sich die Lufttemperatur des Kellers constant auf 9°.

¹⁾ S. § 21.

Therm. II Einstellungen der Micrometer			Therm. II Einstellungen der Micrometer		
bei dem Stab.	L 500.	R 500.	bei dem Stab.	L 500.	R 500.
^o 21,97	^λ 9,716	^ρ 6,598	^o 2,05	^λ 11,909	^ρ 8,754
21,96	9,721	6,605	2,03	11,921	8,760
21,94	9,723	6,602	2,01	11,921	8,755
21,93	9,727	6,601	2,00	11,932	8,761
21,92	9,733	6,610	1,99	11,935	8,762
21,91	9,731	6,602	1,99	11,935	8,765
21,90	9,735	6,608	1,98	11,945	8,765
21,90	9,741	6,605	1,97	11,947	8,765
21,89	9,743	6,605	1,97	11,952	8,768
21,88	9,746	6,607	1,96	11,960	8,765
21,87			1,95		
Mittel : ^o 21,915	^λ 9,7316	^ρ 6,6043	^o 1,991	^ρ 11,9348	^ρ 8,7629

Bringt man an den Mitteltemperaturen die für den betreffenden Grad geltende Correction des Thermometers II an, so kommt :

Corrigirte Temperatur.	Stellung der Micrometer	
	L 500.	R 500.
^o 21,698	^λ 9,7316	^ρ 6,6043
1,714	11,9348	8,7620
Differenz : ^o 19,984	^λ 2,2032	^ρ 2,1577 = ^λ 2,1848.

Es ist demnach die ^o19,984 C. entsprechende Verlängerung der Länge L 500 — R 500 des Normalstabes = ^λ4,3880 = ^{mm}0,31143.

b. Zweite Beobachtungsreihe vom 9. April 1867.

Bei dieser zweiten Serie von Beobachtungen wurde in der umgekehrten Reihenfolge wie oben beobachtet, nämlich der Kasten zuerst mit Wasser und Eis, nachher mit warmem Wasser gefüllt, im Uebrigen aber ganz gleich wie dort verfahren. Die Kellertemperatur blieb constant auf 8°.

Therm. II. Einstellungen der Micrometer bei dem Stabe.			Therm. II. Einstellungen der Micrometer bei dem Stabe.		
$^{\circ}$	λ	ρ	$^{\circ}$	λ	ρ
1,30	11,828	10,309	25,65	9,480	7,342
1,30	11,830	10,306	25,64	9,482	7,340
1,30	11,835	10,306	25,63	9,489	7,339
1,30	11,832	10,313	25,62	9,486	7,346
1,30	11,830	10,313	25,61	9,491	7,345
1,30	11,835	10,315	25,60	9,491	7,346
1,30	11,831	10,316	25,60	9,494	7,349
1,30	11,833	10,320	25,59	9,497	7,346
1,30	11,832	10,321	25,59	9,498	7,355
1,29	11,830	10,319	25,58	9,502	7,352
1,29			25,58		
Mittel: $^{\circ}$ 1,298	λ 11,8316	ρ 10,3138	$^{\circ}$ 25,608	λ 9,4910	ρ 7,3460

Es ergeben also diese Messungen:

Corrigirte Temperatur.	Stellung der Micrometer	
	L 500.	R 500.
$^{\circ}$ 1,017	λ 11,8316	ρ 10,3138
25,384	λ 9,4910	ρ 7,3460
Differenz: $^{\circ}$ 24,367	λ 2,3406	ρ 2,9678 = λ 3,0051.

Es ist demnach die $24^{\circ},367$ C. entsprechende Verlängerung der Länge L 500 — R 500 des Normalstabes = $5,3457^{\text{mm}} = 0,37940$.

Bezeichnen wir die Länge L 500 — R 500 bei der Temperatur t_1 mit N_{t_1} und bei der Temperatur t_2 mit N_{t_2} , ferner den gesuchten linearen Ausdehnungskoeffizienten des Normalstabes für 1° C., wie schon oben angegeben worden ist, mit n , so haben wir folgende 2 Gleichungen:

$$N_{t_1} = N_0 (1 + nt_1),$$

$$N_{t_2} = N_0 (1 + nt_2),$$

und daraus folgt:

$$n = \frac{N_{t_2} - N_{t_1}}{N_0 (t_2 - t_1)}.$$

Setzen wir hier für die Differenzen $N_{t_1} - N_{t_2}$ und $t_2 - t_1$ die eben ermittelten Werthe und für N_0 die oben schon bestimmte Grösse in wahren Millimetern ein, so erhalten wir aus den beiden Beobachtungsreihen folgende zwei Werthe für n :

$$a., \quad n = 0,0000155838,$$

$$b., \quad n = 0,0000155703,$$

also im Mittel:

$$n = 0,0000155770 \pm 0,0000000068.$$

§ 16. Berechnung des linearen Ausdehnungskoefficienten der Anschiebecylinder.

Zufolge § 13 haben wir folgende 2 Gleichungen:

$$A_0 (1 + at_2) = N'_0 (1 + nt_2) + b'_2,$$

$$A_0 = N'_0 + b'_0,$$

woraus folgt:

$$a = \frac{b'_2 - b'_0 + n \cdot t_2 \cdot N'_0}{t_2 \cdot A_0}.$$

Setzen wir hier die nunmehr bekannten Werthe aller Grössen rechts nach Verwandlung von b'_2 und b'_0 in Millimeter ein, so kömmt:

$$a = 0,0000118293.$$

§ 17. Berechnung des linearen Ausdehnungskoefficienten des Muttermeters.

Gemäss § 12 hat man die zwei Gleichungen:

$$M_0 (1 + mt_2) + A_0 (1 + at_2) = (N_0 + N'_0) (1 + nt_2) + b_2,$$

$$M_0 + A_0 = N_0 + N'_0 + b_0,$$

woraus folgt:

$$m = \frac{b_2 - b_0 + nt_2 (N_0 + N'_0) - a \cdot t_2 \cdot A_0}{t_2 \cdot M_0}.$$

Die Einsetzung der Werthe aller Grössen rechts gibt:

$$m = 0,0000180870.$$

§ 18. Verification des neuen Längen-Urmaasses und seiner beiden Copieen und Bestimmung ihrer Ausdehnungscoefficienten.

Wir setzen der Kürze halber im Folgenden:

$U_0^I =$ Länge des Urmaasses bei 0° ,

$U_t^I =$ » » » » $t^\circ \text{ C}$,

$U_0^{II} =$ Länge der ersten Copie des Urmaasses bei 0° ,

$U_t^{II} =$ » » » » » » $t^\circ \text{ C}$.,

$U_0^{III} =$ Länge der zweiten Copie des Urmaasses bei 0° ,

$U_t^{III} =$ » » » » » » $t^\circ \text{ C}$.,

ferner:

$m_I =$ linearer Ausdehnungscoefficient des Urmaasses für 1° C .,

$m_{II} =$ » » » der ersten Copie für 1° C .,

$m_{III} =$ » » » der zweiten Copie für 1° C .,

alsdann haben wir für die Vergleichung dieser Maasse mit dem Normalstab allgemein die Gleichungen:

$$U_0 = N'' + b_0,$$

$$U_0 (1 + m t_1) = N'' (1 + n t_1) + b_1,$$

$$U_0 (1 + m t_2) = N'' (1 + n t_2) + b_2,$$

woraus sich die Unbekannten b_0 und m nach den Formeln:

$$b_0 = \frac{b_1 t_2 - b_2 t_1}{t_2 - t_1},$$

und:

$$m = \frac{b_2 - b_0 + n t_2 N''}{t_2 \cdot U_0}$$

berechnen lassen.

Von meinen Vergleichen dieser Maasse mit dem Normalstabe bei zwei verschiedenen Temperaturen, theile ich beispielsweise nur diejenigen für das Urmaass selbst vollständig mit. Es sind dabei wieder die Temperaturen bereits corrigirt und die Differenzen der Micrometerfaden-Einstellungen auf die Striche des Urmaasses und die nächsten Theilstriche des Normalstabes L 450 und R 450 gebildet.

a. Beobachtungsreihe vom 14.—19. Februar 1867.

Therm. I.	Therm. II.	Gefäss		Mittel.		Urmaass: $U^I =$		Mittel.
am Ende.	in der Mitte.					$= L\ 450 - R\ 450 +$		
^o 7,04	^o 7,03			^o 7,040	^λ + 0,060	^ρ (0,133 = 0,135)	^λ = - 0,075	^λ - 0,0810
05	04				^λ + 0,412	^ρ (0,493 = 0,499)	^λ = - 0,087	
7,05	7,04			7,065	^λ - 1,109	^ρ (1,018 = 1,031)	^λ = - 0,078	- 0,0870
09	08				^λ - 0,552	^ρ (0,450 = 0,456)	^λ = - 0,096	
7,16	7,14			7,170	^λ - 2,137	^ρ (2,026 = 2,052)	^λ = - 0,085	- 0,0865
20	18				^λ - 0,918	^ρ (0,820 = 0,830)	^λ = - 0,088	
7,20	7,18			7,210	^λ - 1,825	^ρ (1,724 = 1,746)	^λ = - 0,079	- 0,0840
24	22				^λ - 2,905	^ρ (2,781 = 2,816)	^λ = - 0,089	
7,12	7,11			7,120	^λ - 1,553	^ρ (1,438 = 1,456)	^λ = - 0,097	- 0,0935
13	12				^λ - 3,100	^ρ (2,973 = 3,010)	^λ = - 0,090	
7,13	7,12			7,145	^λ - 2,473	^ρ (2,360 = 2,390)	^λ = - 0,083	- 0,0840
17	16				^λ - 3,476	^ρ (3,349 = 3,391)	^λ = - 0,085	
7,23	7,23			7,235	^λ - 2,975	^ρ (2,860 = 2,896)	^λ = - 0,079	- 0,0845
24	24				^λ - 1,402	^ρ (1,296 = 1,312)	^λ = - 0,090	
7,25	7,25			7,270	^λ - 3,672	^ρ (3,538 = 3,583)	^λ = - 0,089	- 0,0900
29	29				^λ - 4,738	^ρ (4,589 = 4,647)	^λ = - 0,091	
7,38	7,38			7,390	^λ - 3,506	^ρ (3,369 = 3,411)	^λ = - 0,095	- 0,0915
40	40				^λ - 2,642	^ρ (2,522 = 2,554)	^λ = - 0,088	
7,40	7,40			7,415	^λ - 1,208	^ρ (1,104 = 1,118)	^λ = - 0,090	- 0,0850
43	43				^λ - 3,029	^ρ (2,912 = 2,949)	^λ = - 0,080	
Mittel: ^o 7,206				Mittel: ^λ - 0,0867 ^λ ± 0,0030				

b. Beobachtungsreihe vom 14. März 1867.

Therm. I.	Therm. II.	Gefäss		Mittel.		$U^I =$		Mittel.
am Ende.	in der Mitte.					$= L\ 450 - R\ 450 +$		
^o 22,07	^o 22,09			^o 22,095	^λ + 0,748	^ρ (0,452 = 0,457)	^λ = + 0,291	^λ + 0,2820
10	12				^λ - 0,889	^ρ (1,148 = 1,162)	^λ = + 0,273	
22,10	22,12			22,115	^λ + 1,260	^ρ (0,954 = 0,966)	^λ = + 0,294	+ 0,2930
11	13				^λ + 0,234	^ρ (0,057 = 0,058)	^λ = + 0,292	

Therm. I. am Ende.	Therm. II. Gefäss in der Mitte.	Mittel.	$U^I =$ $= L\ 450 - R\ 450 +$				Mittel.
$^{\circ}$	$^{\circ}$	$^{\circ}$	λ	$^{\circ}$	λ	λ	$^{\circ}$
22,11	22,13	22,125	+ 0,615	— (0,327	= 0,331)	= + 0,284	+ 0,2825
12	14		— 0,916	+ (1,182	= 1,197)	= + 0,281	
22,12	22,14	22,130	+ 1,045	— (0,745	= 0,754)	= + 0,291	+ 0,2910
12	14		— 0,291	+ (0,575	= 0,582)	= + 0,291	
22,12	22,14	22,130	+ 0,741	— (0,458	= 0,463)	= + 0,278	+ 0,2860
12	14		— 0,902	+ (1,181	= 1,196)	= + 0,294	
22,16	22,17	22,170	— 0,651	+ (0,911	= 0,922)	= + 0,271	+ 0,2830
17	17		— 2,393	+ (2,655	= 2,688)	= + 0,295	
22,17	22,17	22,175	+ 0,847	— (0,552	= 0,559)	= + 0,288	+ 0,2910
18	18		— 0,716	+ (0,998	= 1,010)	= + 0,294	
22,18	22,18	22,185	— 1,085	+ (1,362	= 1,379)	= + 0,294	+ 0,2895
19	19		— 1,088	+ (1,356	= 1,373)	= + 0,285	
22,19	22,19	22,190	— 1,134	+ (1,411	= 1,429)	= + 0,295	+ 0,2920
19	19		— 1,774	+ (2,038	= 2,063)	= + 0,289	
22,20	22,20	22,200	— 0,330	+ (0,621	= 0,629)	= + 0,299	+ 0,2905
20	20		— 0,645	+ (0,916	= 0,927)	= + 0,282	
Mittel:		$^{\circ}$ 22,152					λ Mittel: + 0,2881

Aus diesen Beobachtungen am Urmaass und den entsprechenden Messungen an den beiden Copieen ergeben sich nun für die Temperaturen t die entsprechenden mikrometrisch gemessenen Längendifferenzen b , und die Abweichungen v vom Mittel, folgende Zusammenstellungen.

14.—19. Februar.			Urmaass: U^I			14. März.		
t	b	v	t	b	v	t	b	v
$^{\circ}$ 7,040	λ — 0,0810	λ — 0,0057	$^{\circ}$ 22,095	λ + 0,2820	λ — 0,0061			
065	0870	+ 0,0003	115	2930	+ 0,0049			
170	0865	— 0,0002	125	2825	— 0,0056			
210	0840	— 0,0027	130	2910	+ 0,0029			
120	0935	+ 0,0068	130	2860	— 0,0021			
145	0840	— 0,0027	170	2830	— 0,0051			

t	b	v	t	b	v
^o 7,235	^λ - 0,0845	^λ - 0,0022	^o 22,175	^λ + 0,2910	^λ + 0,0029
270	0900	+ 0,0033	185	2895	+ 0,0014
390	0915	+ 0,0048	190	2920	+ 0,0039
415	0850	- 0,0017	200	2905	+ 0,0024
^o 7,206	^λ - 0,0867	^λ ± 0,0030	^o 22,152	^λ + 0,2881	^λ ± 0,0037
Mittlerer Fehler:		^λ + 0,00123			^λ ± 0,00135

I. Copie : U^{II}

8.—11. Februar.

15. März.

t	b _t	v	t	b _t	v
^o 6,690	^λ - 0,3090	^λ + 0,0100	^o 21,905	^λ + 0,0425	^λ - 0,0024
725	2935	- 0,0055	935	0440	- 0,0009
835	2900	- 0,0090	22,380	0480	+ 0,0031
930	2905	- 0,0085	400	0450	+ 0,0001
940	3110	+ 0,0120	415	0490	+ 0,0041
670	2970	- 0,0020	425	0415	- 0,0034
720	2900	- 0,0090	435	0380	- 0,0069
835	3030	+ 0,0040	445	0400	- 0,0049
940	3100	+ 0,0110	455	0470	+ 0,0021
955	2955	- 0,0035	465	0535	+ 0,0086
^o 6,824	^λ - 0,2990	^λ ± 0,0075	^o 22,326	^λ + 0,0449	^λ ± 0,0036
Mittlerer Fehler:		^λ ± 0,00271			^λ ± 0,00147

II. Copie : U^{III}

5.—7. Februar.

16. März.

t	b _t	v	t	b _t	v
^o 7,260	^λ - 0,0950	^λ + 0,0060	^o 22,510	^λ + 0,2555	^λ + 0,0077
390	0900	+ 0,0010	520	2450	- 0,0028
520	0810	- 0,0080	520	2445	- 0,0033
670	0880	- 0,0010	530	2480	+ 0,0002

t	b _t	v	t	b _t	v
^o 7,490	^λ — 0,0815	^λ — 0,0075	^o 22,535	^λ + 0,2455	^λ — 0,0023
500	0890	— 0,0000	535	2490	+ 0,0012
570	0890	— 0,0000	535	2535	+ 0,0057
175	0920	+ 0,0030	535	2475	— 0,0003
200	0950	+ 0,0060	535	2470	— 0,0008
270	0895	+ 0,0005	535	2425	— 0,0053
^o 7,405	^λ — 0,0890	^λ ± 0,0033	^o 22,529	^λ + 0,2478	^λ ± 0,0030
Mittlerer Fehler:		± 0,00150			± 0,00127

Verwandeln wir die λ der vorstehenden Mittelwerthe in Millimeter und berücksichtigen, dass gemäss § 14 und 15:

$$N'' = 900,00503^{\text{mm}} \quad n = 0,0000155770^{\text{mm}}$$

ist, so ergeben sich zur Berechnung nach den obigen Formeln und als Resultate dieser Berechnungen resp. folgende Werthe:

Urmaass: U^I

$$\begin{aligned} t_2^I &= 22,152 & b_2^I &= + 0,02045^{\text{mm}} & d b_2^I &= \pm 0,00009^{\text{mm}} \\ t_1^I &= 7,206 & b_1^I &= - 0,00615 & d b_1^I &= \pm 0,00009^{\text{mm}} \\ b_0^I &= - 0,01898 \pm 0,00013^{\text{mm}} \\ U_0^I &= 899,98605^{\text{mm}} \\ m_I &= 0,0000175551 \end{aligned}$$

I. Copie: U^{II}

$$\begin{aligned} t_2^{II} &= 22,326 & b_2^{II} &= + 0,00319^{\text{mm}} & d b_2^{II} &= \pm 0,00010^{\text{mm}} \\ t_1^{II} &= 6,824 & b_1^{II} &= - 0,02122 & d b_1^{II} &= \pm 0,00015^{\text{mm}} \\ b_0^{II} &= - 0,03196 \pm 0,00015^{\text{mm}} \\ U_0^{II} &= 899,97307^{\text{mm}} \\ m_{II} &= 0,0000173269 \end{aligned}$$

II. Copie: U^{III}

$$\begin{aligned} t_2^{III} &= 22,529 & b_2^{III} &= + 0,01759^{\text{mm}} & d b_2^{III} &= \pm 0,00009^{\text{mm}} \\ t_1^{III} &= 7,405 & b_1^{III} &= - 0,00632 & d b_1^{III} &= \pm 0,00011^{\text{mm}} \end{aligned}$$

$$b_0^{\text{III}} = - 0,01802 \pm 0,00013$$

$$U_0^{\text{II}} = 899,98701$$

$$m_{\text{III}} = 0,0000173336$$

Die hier angegebenen Fehler in der Bestimmung von b_0^{I} , b_0^{II} etc. repräsentiren die mittleren Fehler einer Vergleichung eines Strichmaasses mit unserm Normalstabe, resp. also auch die mittleren Fehler der relativen Werthbestimmungen unserer drei Längenmaasse. Dagegen involviret der absolute Werth der Längen des Urmaasses und seiner Copieen noch den etwa doppelt so grossen mittleren Fehler der Vergleichung des Normalstabes mit dem Muttermeter, sowie endlich den Fehler des letztern selbst, der ungefähr $\pm 0,0005$ ist. Dieser Fehler überwiegt alle anderen und es wird daher auch: $\pm 0,0005$ Millimeter die Genauigkeitsgrenze für die obigen Werthe des Urmaasses und seiner beiden Copieen in absoluter Hinsicht repräsentiren.

§ 19. Controlle der vorigen Messungen durch die gesammte Commission.

Um meine in den §§ 12—18 mitgetheilten Messungen zur Vergleichung des neuen Urmaasses mit dem Muttermeter in einfachster Weise zu controlliren, beschloss die Commission, die im Vorigen enthaltenen Hauptvergleichen bei einer mittleren Temperatur von etwa 15° zu wiederholen.

Zu dem Ende wurde zunächst das Muttermeter sammt Anschiebe-Cylinder mit dem Normalstabe genau nach der in § 12 angegebenen Methode verglichen, deren Resultate unsern obigen Bezeichnungen zufolge der Gleichung:

$$M_0 (1 + mt) + A_0 (1 + at) = (N_0 + N'_0) (1 + nt) + b_t$$

entsprechen. Die neuen Beobachtungen geben hier für bestimmte Temperaturen t die entsprechenden Werthe von b_t . Da aber meinen frühern Beobachtungen zufolge alle Grössen in dieser Gleichung bekannt sind, so lassen sich nach derselben für beliebige Temperaturen t die Werthe von b_t auch berechnen. Es wird also die Vergleichung der so berechneten mit den direct beobachteten Werthen von b_t in der That ein Criterium für die Zuverlässigkeit meiner obigen Bestimmungen sein.

In der nachfolgenden Aufführung der Beobachtungen der Commission vom 11. April 1867 theile ich der Kürze halber bloss die Mittelwerthe der bei je einer vollständigen Vergleichung abgelesenen und corrigirten Temperaturen t und mikrometrisch gemessenen und auf

λ reducirten Differenzen b_i sammt den Abweichungen v mit, habe auch, wie das bereits in den Verbalprocessen geschah, die abwechselnd von den verschiedenen Beobachtern ausgeführten Messungen nach diesen behufs Erkennung allfälliger persönlicher Differenzen getrennt.

11. April. Vm. Beobachter: *Mousson* und *Wild*.

Die Spitzen der Anschiebe-Cylinder berühren die Goldstiften des Muttermeters etwas oberhalb der Mitte.

<i>Mousson.</i>			<i>Wild.</i>		
t	b_i	v	t	b_i	v
^{o}	λ	λ	^{o}	λ	λ
13,587 +	13,7200 —	0,0036	13,570 +	13,7215 +	0,0019
640	7235 —	0,0001	617	7110 —	0,0086
665	7040 —	0,0196	650	7195 —	0,0001
698	7240 +	0,0004	682	7260 +	0,0064
725	7325 +	0,0089	715	7280 +	0,0084
760	7375 +	0,0139	740	7115 —	0,0081
^{o}	λ	λ	^{o}	λ	λ
13,679 +	13,7236 ±	0,0078	13,662 +	13,7196 ±	0,0057
Mittlerer Fehler	± 0,0047			± 0,0029	

11. April. Nm. Beobachter: *Mousson*, *Hirsch* und *Wild*.

Die Spitzen der Anschiebe-Cylinder berühren die Goldstiften des Muttermeters etwas unterhalb der Mitte.

<i>Mousson.</i>			<i>Wild.</i>		
t	b_i	v	t	b_i	v
^{o}	λ	λ	^{o}	λ	λ
13,403 +	13,7170 —	0,0090	13,438 +	13,7295 +	0,0064
460	7360 +	0,0100	477	7215 —	0,0016
492	7365 +	0,0105	547	7280 +	0,0049
560	7145 —	0,0115	595	7135 —	0,0096
^{o}	λ	λ	^{o}	λ	λ
13,479 +	13,7260 ±	0,0102	13,514 +	13,7231 ±	0,0056
Mittlerer Fehler	± 0,0059			± 0,0036	

Hirsch.

t	b _t	v
^o 13,513	^λ 13,7405	^λ + 0,0125
532	7115	— 0,0165
542	7415	+ 0,0135
565	7185	— 0,0095
^o 13,538	^λ 13,7280	^λ ± 0,0130

Mittlerer Fehler: $\pm 0,0076$

Reduciren wir nun einerseits die vorstehenden in λ ausgedrückten Werthe von b_t auf Millimeter und berechnen anderseits diese Differenzen b_t , indem wir die betreffenden Temperaturen, sowie die in den §§ 12—17 ermittelten Werthe von N_o , N'_o , n , m , a , A_o und frühern Werth von M_o in die obige Gleichung einsetzen, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Datum.	Beobachter.	Temperatur.	b _t		Beobachtung —	
11. April.		Celsius.	beobachtet	mittl. Fehler	berechnet	— Berechnung
		^o	^{mm}	^{mm}	^{mm}	^{mm}
Vm.	Mousson.	13,679	0,97400	± 0,00034	0,97412	— 0,00012
Nm.	»	13,479	0,97417	± 0,00042	0,97335	+ 0,00082
Vm.	Wild.	13,662	0,97371	± 0,00021	0,97406	— 0,00035
Nm.	»	13,514	0,97396	± 0,00026	0,97348	+ 0,00048
Nm.	Hirsch.	13,538	0,97432	± 0,00054	0,97358	+ 0,00074

Aus der letzten Colonne dieser Tafel, welche die Differenzen der beobachteten und berechneten Werthe von b_t enthält, ergibt sich zunächst für den Längenunterschied des Muttermeters oberhalb und unterhalb der Mitte der Goldstifte gemessen nach Hrn. *Mousson* ^{mm}0,00094, nach meinen Beobachtungen ^{mm}0,00083, also im Mittel: ^{mm}0,00088, während nach § 12 diese Differenz für Messungen rechts und links von der Mitte: ^λ0,0186 = ^{mm}0,00132 betrug. Ferner ersehen wir daraus, dass allerdings eine persönliche Differenz zwischen den Beobachtern zu bestehen scheint, indem das Mittel aus meinen Bestimmungen zwar bis auf ^{mm}0,00006 mit dem Resultat meiner frühern Messungen übereinstimmt, während dasjenige der Beobachtungen des Hrn. *Mousson* um ^{mm}0,00035 davon abweicht und auch die Zahl, die Herr *Hirsch* erhalten hat, auf eine entsprechende Abweichung hinweist. Uebrigens liegen auch bei diesen Beobachtern die Mittelwerthe aus den Differenzen zwischen Beobachtung und

Berechnung für Berührung des Muttermeters oberhalb und unterhalb der Mitte ganz innerhalb der mittleren Fehler ihrer Beobachtungsergebnisse, so dass dadurch meine früheren Messungen bestätigt werden.

Um indessen bestimmter zu erkennen, welchen Einfluss diese Abweichungen auf die in § 12 für 0° ermittelte Differenz des Muttermeters und des Normalstabes haben, wollen wir die obigen beobachteten Werthe von b_t auf 0° reduciren. Für diese Temperatur haben wir nämlich die Gleichung:

$$M_0 + A_0 = N_0 + N'_0 + b_0.$$

Ziehen wir diese Gleichung von der vorhergehenden ab, so kommt:

$$b_0 = b_t + (N_0 + N'_0) n t - M_0 m t - A_0 a t.$$

Die Einsetzung der Werthe von t und b_t aus der vorigen Tafel, sowie der übrigen Grössen ergibt für b_0 :

Beobachter.	t	b_0		
	$^\circ$	^{mm}		
Mousson	13,679	0,94331	aus 6	Vergleichungen
	13,479	0,94392	» 4	»
Wild	13,662	0,94306	» 6	»
	13,514	0,94364	» 4	»
Hirsch	13,538	0,94394	» 4	»

Nehmen wir aus diesen Werthen von b_0 das Mittel, indem wir sie (mit Berücksichtigung der Zahl der Vergleichen, aus denen sie herfliessen, sowie des Umstandes, dass die mittleren Fehler bei den Vergleichen von *Mousson* und *Hirsch* nahe doppelt so gross sind, als die von *Wild*) der Reihe nach mit 6, 4, 12, 8 und 4 multipliciren, so kommt:

$$b_0 = 0,94344,^{mm}$$

während unsere früheren Bestimmungen in § 12 hiefür den Werth:

$$b_0 = 13,2921^{mm} = 0,94337^{mm}$$

ergeben. Die Differenz beträgt somit $0,00007^{mm}$ und das Mittel aus beiden würde also von unserem früheren Resultate nur um: $0,000035^{mm}$, d. h. um eine Grösse abweichen, die nahezu 10 Male kleiner ist, als der mittlere Fehler bei den Beobachtungen; es hätte somit keine praktische Bedeutung gehabt, dasselbe an die Stelle des frühern Werthes zu setzen und demgemäss alle davon abhängigen Grössen umzurechnen. Zudem wissen wir ja auch nicht,

wie viel von dieser Differenz einer fehlerhaften Bestimmung der Ausdehnungscoëffizienten zuzuschreiben ist und wie viel davon wirklich auf die wahre Länge bei 0° fällt.

Wir waren demnach durch die eben mitgetheilten Beobachtungen der gesammten Commission berechtigt, meine Vergleichen des Muttermeters und Normalstabes und die daraus abgeleiteten Resultate, sowie auch die Bestimmungen der Ausdehnungscoëffizienten innerhalb einer Fehlergrenze, die im Durchschnitt $0,0001^{\text{mm}}$ nicht übersteigt, als vollkommen richtig zu bezeichnen.

Darauf wurde nun weiterhin der Normalstab mit dem Urmaass und seinen Copieen verglichen, wobei man folgende Resultate erhielt:

a. Verification des Urmaasses: U^I.

12. April. Beobachter: *Mousson*.

Therm. I.	Therm. II.	Mittel.	U ^I = L 450 — R 450 +	Mittel.
^o	^o	^o	^λ ^ρ ^λ ^λ	^λ ^λ
15,35	15,33	15,353	+ 0,410 — (0,283 = 0,286) = + 0,124	+ 0,1270 — 0,0033
38	35		— 1,233 + (1,346 = 1,363) = + 0,130	
15,40	15,37	15,392	+ 2,026 — (1,861 = 1,884) = + 0,142	+ 0,1280 — 0,0023
42	38		— 1,522 + (1,616 = 1,636) = + 0,114	
15,42	15,38	15,408	— 0,861 + (0,969 = 0,981) = + 0,120	+ 0,1335 + 0,0032
43	40		+ 1,368 — (1,206 = 1,221) = + 0,147	
15,44	15,41	15,430	— 1,183 + (1,295 = 1,311) = + 0,128	+ 0,1235 — 0,0068
45	42		— 0,873 + (0,980 = 0,992) = + 0,119	
15,46	15,43	15,447	— 1,096 + (1,230 = 1,246) = + 0,150	+ 0,1395 + 0,0092
47	43		— 0,836 + (0,953 = 0,965) = + 0,129	
Mittel:		15,406		Mittel: + 0,1303 ± 0,0050
				Mittlerer Fehler: ± 0,0028

12. April. Beobachter: *Wild*.

^o	^o	^o	^λ ^ρ ^λ ^λ	^λ ^λ
15,33	15,33	15,338	+ 0,253 — (0,123 = 0,125) = + 0,128	+ 0,1260 + 0,0014
35	34		— 0,791 + (0,904 = 0,915) = + 0,124	
15,38	15,35	15,375	+ 0,277 — (0,144 = 0,146) = + 0,131	+ 0,1240 — 0,0006
40	37		— 1,711 + (1,805 = 1,828) = + 0,117	
15,42	15,38	15,402	+ 0,398 — (0,270 = 0,273) = + 0,125	+ 0,1225 — 0,0021
43	38		— 1,374 + (1,475 = 1,494) = + 0,120	

Therm. I.	Therm. II.	Mittel.	$U^I = L \ 450 - R \ 450 +$	Mittel.
$^{\circ}$	$^{\circ}$	$^{\circ}$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$
15,44	15,40	15,420	$+ 0,445 - (0,307 = 0,310) = + 0,135$	$+ 0,1285 + 0,0039$
44	40		$- 1,195 + (1,301 = 1,317) = + 0,122$	
15,45	15,43	15,445	$- 0,730 + (0,848 = 0,859) = + 0,129$	$+ 0,1220 - 0,0026$
46	44		$- 1,261 + (1,359 = 1,376) = + 0,115$	

Mittel: $^{\circ}$ 15,396

Mittel: λ $+ 0,1246 \pm 0,0021$

Mittlerer Fehler: $\pm 0,0012$

12. Mai. Beobachter: *Hirsch.*

$^{\circ}$	$^{\circ}$	$^{\circ}$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$
18,36	18,36	18,378	$- 1,450 + (1,615 = 1,635) = + 0,185$	$+ 0,2035 + 0,0163$
41	38		$- 2,731 + (2,916 = 2,953) = + 0,222$	
18,44	18,40	18,427	$- 2,700 + (2,866 = 2,902) = + 0,202$	$+ 0,1860 - 0,0012$
45	42		$- 2,902 + (3,034 = 3,072) = + 0,170$	
18,45	18,42	18,445	$- 0,835 + (0,996 = 1,009) = + 0,174$	$+ 0,1755 - 0,0117$
46	45		$- 2,476 + (2,620 = 2,653) = + 0,177$	
18,46	18,45	18,465	$- 2,187 + (2,361 = 2,391) = + 0,204$	$+ 0,1970 + 0,0098$
48	47		$- 2,986 + (3,136 = 3,176) = + 0,190$	
18,48	18,47	18,487	$- 2,040 + (2,184 = 2,211) = + 0,171$	$+ 0,1740 - 0,0132$
52	48		$- 0,514 + (0,683 = 0,691) = + 0,177$	

Mittel: $^{\circ}$ 18,440

Mittel: λ $+ 0,1872 \pm 0,0104$

Mittlerer Fehler: $\pm 0,0057$

22. April. Beobachter: *Wild.*

$^{\circ}$	$^{\circ}$	$^{\circ}$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$	$\lambda \quad \quad \quad \lambda$
14,56	14,59	14,575	$+ 0,096 + (0,008 = 0,008) = + 0,104$	$+ 0,1015 + 0,0065$
56	59		$- 2,174 + (2,245 = 2,273) = + 0,099$	
14,56	14,59	14,583	$- 1,045 + (1,125 = 1,139) = + 0,094$	$+ 0,0950 - 0,0000$
58	60		$- 1,380 + (1,458 = 1,476) = + 0,096$	
14,59	14,61	14,612	$- 2,224 + (2,298 = 2,327) = + 0,103$	$+ 0,0960 + 0,0010$
62	63		$- 2,184 + (2,245 = 2,273) = + 0,089$	
14,63	14,63	14,645	$+ 0,524 - (0,418 = 0,423) = + 0,101$	$+ 0,0910 - 0,0040$
67	65		$- 2,335 + (2,386 = 2,416) = + 0,081$	
14,67	14,65	14,667	$- 0,826 + (0,910 = 0,921) = + 0,095$	$+ 0,0915 - 0,0035$
69	66		$- 2,102 + (2,158 = 2,190) = + 0,088$	

Mittel: $^{\circ}$ 14,616

Mittel: λ $+ 0,0950 \pm 0,0030$

Mittlerer Fehler: $\pm 0,0019$

Diese Vergleichen entsprechen der Formel:

$$U_0^I (1 + m_1 t) = N'' (1 + n t) + b_1^I.$$

Reduciren wir die aus den vorstehenden 4 Vergleichungsreihen sich ergebenden Werthe von b_1^I von λ auf Millimeter und stellen sie dann mit den für die betreffenden Temperaturen nach der vorstehenden Formel zu berechnenden Werthen zusammen, so erhält man folgende Tafel:

Datum.	Beobachter.	Temperatur	beobachtet	b_1^I		Beobachtung — — Berechnung
		Celsius.		mittl. Fehler	berechnet	
12. April.	Mousson	15,406	0,00925 ^{mm}	$\pm 0,00020$ ^{mm}	0,00871 ^{mm}	$+ 0,00054$ ^{mm}
»	Wild	15,396	0,00884	$\pm 0,00008$	0,00858	$+ 0,00026$
12. Mai.	Hirsch	18,440	0,01329	$\pm 0,00040$	0,01389	$- 0,00060$
22. April.	Wild	14,616	0,00674	$\pm 0,00013$	0,00705	$- 0,00031$

Die Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung halten sich also ebenfalls innerhalb der mittlern Fehlergrenze bei den Beobachtungen. Reduciren wir endlich auch hier wieder nach der Formel:

$$b_0^I = b_1^I + N_0'' . n . t - U_0^I m_1 t$$

die beobachteten Werthe von b_1^I auf 0° , so kömmt:

Beobachter	t	b_0^I
Mousson	15,406	$- 0,01817$
Wild	15,396	$- 0,01857$
Hirsch	18,440	$- 0,01953$
Wild	14,616	$- 0,01927$

Zählt man hier wieder wegen des bloss halb so grossen mittleren Vergleichungsfehlers die Resultate von *Wild* doppelt, so kommt als Mittelwerth:

$$b_0^I = - 0,01890,^{\text{mm}}$$

der von dem in § 18 angeführten

$$b_0^I = - 0,01898^{\text{mm}}$$

nur um $0,00008^{\text{mm}}$ differirt.

Es bestätigen also auch diese Messungen die Richtigkeit der oben angegebenen Länge des Urmaasses bei 0° , sowie den Werth seines Ausdehnungscoefficienten bis zu einer ca. $0,0001^{\text{mm}}$ entsprechenden Grösse.

b. Verification der ersten Copie des Urmaasses: U^{II}.

Der Kürze halber geben wir hier nur die Mittel der je in gleicher Weise wie oben angestellten 5 vollständigen Vergleichen an.

11. Mai.

23. April.

Beobachter: *Hirsch*.

Beobachter: *Wild*.

t	b _t ^{II}	v	t	b _t ^{II}	v
^o 17,895	— 0,0680	+ 0,0007	^o 15,435	— 0,1125	— 0,0060
918	0555	— 0,0118	448	1120	— 0,0065
942	0730	+ 0,0057	465	1235	+ 0,0050
970	0540	— 0,0133	490	1135	— 0,0050
18,000	0860	+ 0,0187	505	1310	+ 0,0125
^o 17,945	— 0,0673	± 0,0100	^o 15,469	— 0,1185	± 0,0070
Mittlerer Fehler: ± 0,0059			± 0,0038		

Behandeln wir diese Beobachtungen entsprechend wie die obigen, so kömmt:

Datum	Beobachter	Temperatur Celsius	beobachtet	b _t ^{II} mittl. Fehler	berechnet	Beobachtung -- — Berechnung
11. Mai.	Hirsch	^o 17,945	— ^{mm} 0,00478	± ^{mm} 0,00042	— ^{mm} 0,00445	— ^{mm} 0,00033
23. April.	Wild	15,469	— 0,00841	± 0,00027	— 0,00832	— 0,00009

Die Reduction der Werthe von b_t^{II} auf 0° gibt:

Beobachter	t	b _o ^{II}
Hirsch	^o 17,945	— ^{mm} 0,03303
Wild	15,469	— 0,03276

Also, wenn man wieder das Resultat von *Wild* doppelt zählt, im Mittel:

$$b_o^{II} = - \overset{mm}{0,03285}$$

während der frühere Werth hiefür von § 18 ist:

$$b_o^{II} = - \overset{mm}{0,03196}$$

Die Differenz beider beträgt somit: ^{mm}0,00089. Die grössere Abweichung dieser Werthe erklärt sich nicht bloss durch die geringere Zahl der von der Commission für diesen Stab angestellten Vergleichen, sondern auch dadurch, dass die Striche bei dieser 1. Copie etwas weniger scharf sind, als bei den zwei andern Stäben. Aus diesen Gründen hielten wir es nicht für nothwendig, den aus einer grösseren Zahl von Vergleichen gezogenen

und mit einem geringen mittleren Fehler behafteten frühern Werth für die Grösse von U_0^{II} und dessen Ausdehnungscoefficienten gemäss dieser neuen Bestimmung zu ändern. Immerhin bleibt aber die oben angegebene Länge der 1. Copie des Urmaasses, sowie ihr Ausdehnungscoefficient zufolge den Messungen der Commission mit einer Unsicherheit von ungefähr $\pm 0,0005^{\text{mm}}$ behaftet.

c. Verification der zweiten Copie des Urmaasses: U^{III}

Die Mittel der 5 vollständigen Vergleichen sind hier jeweilen:

24. April.			4. Mai.		
Beobachter: <i>Wild.</i>			Beobachter: <i>Mousson.</i>		
t	b_t^{III}	v	t	b_t^{III}	v
^{o} 16,445	$^{\lambda}$ + 0,1165	$^{\lambda}$ + 0,0068	^{o} 14,030	$^{\lambda}$ + 0,0655	$^{\lambda}$ + 0,0039
455	0,1190	+ 0,0093	067	0610	— 0,0006
472	0,1000	— 0,0097	090	0580	— 0,0036
485	0,1050	— 0,0047	138	0565	— 0,0051
495	0,1080	— 0,0017	177	0670	+ 0,0054
^{o} 16,470	$^{\lambda}$ + 0,1097	$^{\lambda}$ $\pm$ 0,0064	^{o} 14,100	$^{\lambda}$ + 0,0616	$^{\lambda}$ $\pm$ 0,0037

4. Mai. Beobachter: *Wild.*

t	b_t^{III}	v
^{o} 14,055	$^{\lambda}$ + 0,0615	$^{\lambda}$ + 0,0026
080	0540	— 0,0049
117	0575	— 0,0014
155	0655	+ 0,0066
198	0560	— 0,0029
^{o} 14,121	$^{\lambda}$ + 0,0589	$^{\lambda}$ $\pm$ 0,0037
Mittlerer Fehler: $\pm$ 0,0020		

Die Vergleichung dieser Beobachtungen mit den aus den frühern Angaben zu berechnenden Werthen ergibt in analoger Weise wie bei den vorigen Maassen:

Datum	Beobachter	Temperatur	beobachtet ^{mm}	b_t^{III}		Beobachtung — — Berechnung ^{mm}
		Celsius ^o		mittl. Fehler ^{mm}	berechnet ^{mm}	
24. April.	Wild	16,470	0,00779	$\pm 0,00025$	0,00806	— 0,00027
4. Mai.	Mousson	14,100	0,00437	$\pm 0,00014$	0,00429	+ 0,00008
4. Mai.	Wild	14,121	0,00418	$\pm 0,00014$	0,00432	— 0,00014

Reduciren wir wieder die Werthe von b_t^{III} auf 0°, so kömmt:

Beobachter	t ^o	b_0^{III} ^{mm}
Wild	16,470	— 0,01824
Mousson	14,100	— 0,01792
Wild	14,121	— 0,01814

Das Mittel aus diesen 3 Werthen ist:

$$b_0^{\text{III}} = - 0,01810,^{\text{mm}}$$

während die frühern Bestimmungen in § 18 ergaben:

$$b_0^{\text{III}} = - 0,01802.^{\text{mm}}$$

Die Differenz beider Resultate ist also bloss 0,00008.^{mm}

Die Messungen der Commission bestätigen somit die früher angegebenen Werthe der Länge der zweiten Copie des Urmaasses, sowie ihres Ausdehnungscoefficienten bis zu einer $\pm 0,0001$ ^{mm} entsprechenden Fehlergrenze.

Aus den in genügender Zahl vorliegenden gleichzeitigen Beobachtungen von *Mousson* und *Wild* ergibt sich ferner, dass zwischen diesen zwei Beobachtern allerdings eine persönliche Differenz besteht. Dieselbe beträgt im Mittel: $0,00027 \pm 0,00006$ ^{mm}, also eine Grösse, die wieder innerhalb die mittlere Fehlergrenze einer einzelnen Vergleichung fällt.

§ 20. Zusammenfassung.

Unsere Vergleichen ergeben also folgende Endresultate. Es ist:

- 1) Das neue Längen-Urmaass bei 0° $U_0^{\text{I}} = 899,98605 \pm 0,00008,$
und sein linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. $= 0,0000175551.$
- 2) Die erste Copie des Urmaasses bei 0° $U_0^{\text{II}} = 899,97307 \pm 0,00050,$
und ihr linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. $= 0,0000173269.$
- 3) Die zweite Copie des Urmaasses bei 0° $U_0^{\text{III}} = 899,98701 \pm 0,00008,$
und ihr linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. $= 0,0000173336.$

Gemäss Art. 2. A. a. des Bundesgesetzes über Maass und Gewicht vom 23. December 1851 soll nun der Schweizer-Fuss genau drei Zehntheilen des französischen Meters gleich sein. Daher haben wir auch:

$$U_0^I = 2,9999535 \text{ Schweizer-Fuss,}$$

$$U_0^{II} = 2,9999102 \quad \text{»}$$

$$U_0^{III} = 2,9999567 \quad \text{»}$$

oder die wahre Länge von 3 Schweizer-Fuss gleich 900 Millimetern besitzt

das eigentliche Urmaass bei $0,883^\circ \text{ C.}$

die erste Copie desselben bei $1,727^\circ \text{ C.}$

die zweite Copie desselben bei $0,833^\circ \text{ C.}$

Demgemäss sind die Holz-Etuis für die drei, zur Unterscheidung nur mit einer Bleistift-Marke bezeichneten Fussstäbe auf dem Deckel mit Messingplatten versehen, die nachfolgende Inschriften tragen:

LÄNGEN - URMAASS

DER SCHWEIZERISCHEN EIDGENOSSENSCHAFT

1867.

Bei 0° gleich 299,99535 Schweizer-Linien.

Linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. : 0,0000175551.

Erste Copie

des Schweizer Längen-Urmaasses

1867.

Bei 0° gleich 299,99102 Schweizer-Linien.

Linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. : 0,0000173269.

Zweite Copie

des Schweizer Längen-Urmaasses

1867.

Bei 0° gleich 299,99567 Schweizer-Linien.

Linearer Ausdehnungscoefficient für 1° C. : 0,0000173336.

§ 21. Zusammenstellung der Constanten des Längen-Comparators.

Die mitgetheilten Untersuchungen und Messungen, sowie einige seither zur Ergänzung noch hinzugefügten, haben für den Längen-Comparator folgende Hauptresultate ergeben.

Bezeichnen wir wie oben eine Revolution der Micrometerschraube des links stehenden und mit L bezeichneten Mikroskopes mit λ und entsprechend mit ρ dieselbe Grösse für das Micrometer R rechts, so sind die mittlern Werthe dieser Grössen und die mittlern Abweichungen der einzelnen Schraubengänge beim:

Micrometer links	Micrometer rechts
von 5^λ — 18^λ der linearen Scale	von 0^ρ — 13^ρ der linearen Scale
$1^\lambda = 0,0709723 \pm 0,0002411$	$1^\rho = 0,0718645 \pm 0,0003733$

Beim Normalstabe sind die wahren Längen der untersuchten Theile für die Temperatur 0° — der Nullpunkt der Theilung liegt in der Mitte und die Striche links und rechts sind daher durch L und R unterschieden — folgende:

Millimeter:	Centimeter:	Decimeter:
L 540 — 539 = $1,00647^{\text{mm}}$	L 550 — 540 = $10,00152^{\text{mm}}$	L 550 — 450 = $100,03463^{\text{mm}}$
539 — 538 = 0,99916	540 — 530 = 10,01820	450 — 350 = 99,98694
538 — 537 = 0,99852	530 — 520 = 9,99769	350 — 250 = 100,00283
537 — 536 = 1,00966	520 — 510 = 10,00848	250 — 150 = 99,99226
536 — 535 = 1,00079	510 — 500 = 10,00578	150 — 50 = 99,99319
—	460 — 450 = 9,98304	L 50 — R 50 = 100,03023
R 540 — 539 = 1,00367	R 550 — 540 = 9,99312	R 50 — 150 = 100,02552
539 — 538 = 0,99501	540 — 530 = 9,99539	150 — 250 = 99,99058
538 — 537 = 0,99659	530 — 520 = 10,00746	250 — 350 = 100,00226
537 — 536 = 1,00331	520 — 510 = 9,99693	350 — 450 = 99,98094
536 — 535 = 0,99824	510 — 500 = 9,99524	450 — 550 = 99,98060
535 — 534 = 1,00963	500 — 490 = 10,00617	—
534 — 533 = 0,98775	490 — 480 = 9,98558	L 535 — 530 = 5,00358
533 — 532 = 0,99648	480 — 470 = 10,00559	L 500 — 540 = 50,00294
532 — 531 = 1,00672	470 — 460 = 9,99981	R 100 — 150 = 50,01727
531 — 530 = 0,99796	460 — 450 = 9,99510	
461 — 460 = 1,00375		

und für den Schieber hat man bei derselben Normaltemperatur von 0° :

erster Millimeter	mm ₁ =	0,99426 ^{mm}
erster halber Centimeter . . .	$\frac{1}{2}$ cm ₁ =	4,99574
erster Centimeter	cm ₁ =	9,99244
erster halber Decimeter . . .	$\frac{1}{2}$ dm ₁ =	50,00106
Decimeter	dm =	100,01421

Der durchschnittliche Fehler der vorstehenden Zahlen beträgt: $\pm 0,0001$ ^{mm}.

Der lineare Ausdehnungskoeffizient n des Normalstabes für 1° C wurde gleich:

$$n = 0,0000155770 \pm 0,0000000068$$

gefunden, so dass die Länge beliebiger der gemessenen Stücke des Normalstabes für eine Temperatur von $\pm t^{\circ}$ C. durch Multiplication der vorstehenden Zahlen mit dem Factor: $(1 \pm 0,000015577 \cdot t)$ erhalten werden. Zur raschen Ausführung dieser Rechnung kann der Numerus und der Logarithmus dieses Factors für alle $0,1$ Grade von 0 bis 30° aus besonders berechneten Tafeln entnommen werden.

Die Länge endlich beider Anschiebe-Cylinder zusammen von den Strichen bis zu den Spitzen ist für 0° :

$$A_0 = 74,97137^{\text{mm}}$$

und der lineare Ausdehnungskoeffizient derselben für 1° C ist:

$$a = 0,0000118293.$$

III. Abschnitt.

W ä g u n g e n .

§ 22. Das neue schweizerische Urfund und seine Copieen.

Bei der Wahl des Materials für das neue Urfund und seiner beiden Copieen liess sich die Commission von denselben Betrachtungen leiten, welche *C. A. von Steinheil* in der Einleitung zu seiner Abhandlung »Ueber das Bergkrystall-Kilogramm, auf welchen die Feststellung des bayerischen Pfundes nach der Allerhöchsten Verordnung vom 28. Februar 1809 beruht«¹⁾, mit grosser Umsicht und Sachkenntniss entwickelt hat. Nach seinem Vorgange wurde als solches Material ebenfalls der reine Bergkrystall adoptirt und ebenso schlossen wir uns in Bezug auf die Form an *Steinheil* an und wählten die Gestalt eines Cylinders von gleicher Höhe und Durchmesser, dessen scharfe Kanten durch eine Facette gebrochen sind²⁾. Nachdem die mechanische Werkstätte des Herrn *von Steinheil* in München wegen Mangel an gutem Material die Anfertigung der Gewichte abgelehnt hatte, wurde dieselbe dem Herrn *J. G. Hofmann*, Optiker in Paris, übertragen. Derselbe hat sich seines Auftrages, was die Klarheit und vollkommene Fehlerfreiheit des Bergkrystalls, sowie die Politur desselben, anbetrifft, zur vollsten Zufriedenheit entledigt, dagegen war das richtige Gewicht nur mit einer sehr groben Annäherung erreicht. Während nämlich zwei der Bergkrystall-Pfunde um etwa 1 Decigramm zu schwer sich erwiesen, war das dritte um ungefähr 5 Decigramme leichter als ein richtiges Pfund. Da indessen in der Eichstätte zur Ausglei-

¹⁾ Abhandlungen d. II. Cl. d. Academie d. Wissensch. IV. Bd. Abth. I.

²⁾ Nach meinen seitherigen Erfahrungen würde ich durchaus nicht mehr anstehen, für solche Urgewichte geradezu die Kugelgestalt zu wählen, welche die Bedingung kleinster Oberfläche bei gegebenem Volumen am vollkommensten erfüllt und zudem keinerlei leicht abnutzbare Kanten o. dgl. darbietet. Beim Gebrauch nämlich von kleinen kugelförmigen Ausgleichungs-Gewichten von Bergkrystall von 1 Gramm an abwärts bis zu 1 Milligramm habe ich mich überzeugt, dass die Gefahr des Rollens gar nicht so gross ist und für grössere Gewichte überdies durch ringförmige Untersätze, die man bei den Wägungen nach der Borda'schen Methode als zur Wagschale gehörig betrachten könnte und somit gar nicht zu berücksichtigen hätte, leicht ganz zu beseitigen wäre. Die genaue Anfertigung eines solchen Kugel-Gewichts wäre zudem viel leichter, als die eines Cylinders.

chung der Differenzen bei den Verificationen die kleinen Quarzgewichte zur Disposition standen, und es auch gleichgültig erschien, ob die in den Berichten und Verbalprozessen anzugebenden Abweichungen der Quarzpfunde von dem genauen Gewichte eines halben Kilogramms etwas grösser oder kleiner seien, so hielt die Commission es nicht für geboten oder auch nur rathsam, an den im Uebrigen befriedigenden Quarzgewichten noch irgend welche Justirungen vornehmen zu lassen, um sie dem richtigen Maasse näher zu bringen.

So stellt denn das neue schweizerische Urfund einen hochpolirten Cylinder von 63,54 Millimeter Höhe und 61,86 Millimeter Durchmesser dar, dessen Kanten durch eine unter 45° zur Axe angeschliffene Facette von 4,26 Millimeter Breite gebrochen sind. Derselbe ist aus wasserhellem, vollkommen reinem und spaltungsfreiem Bergkrystall angefertigt. Seine Oberflächen und Kanten sind fehlerfrei.

Die erste Copie des Urfundes stellt ebenso einen hochpolirten Cylinder von 60,57 Millimeter Höhe und 63,21 Millimeter Durchmesser dar, dessen Kanten auch durch eine Facette von 4,92 Millimeter Breite gebrochen sind. Das Material ist dasselbe wie beim Urfund, ebenso die Vollkommenheit der Oberflächen-Politur, dagegen besitzen die Kanten einige ganz kleine Ausbrüche.

Die zweite Copie des Urfundes repräsentirt einen Cylinder von 60,77 Millimeter Höhe und 63,15 Millimeter Durchmesser, dessen Kanten durch eine Doppel-Facette von 5,49 Millimeter Breite gebrochen sind. Es besteht aus einem etwas bräunlich gefärbten, im Uebrigen auch ganz klaren und fehlerfreien Bergkrystall, dessen Oberflächen-Politur indessen nicht ganz so vollkommen ist, wie bei den vorigen Gewichten. Die Kanten sind unversehrt.

Von diesen drei Gewichten wurde wieder aus den beim Längen-Maass angegebenen Gründen, das erste als eigentliches Urmaass zur Aufbewahrung in dem eidgenössischen Archiv, das zweite zur Deponirung bei der eidgenössischen polytechnischen Schule in Zürich, das dritte zum Gebrauch bei Verificationen in der eidgenössischen Normal-Eichstätte in Bern bestimmt.

§ 23. Methode der Gewichts-Vergleichungen und Reduction der Wägungen auf den leeren Raum.

Zur Verification dieser Pfunde nach dem neuen Mutterkilogramm von Platin mussten dieselben einmal unter einander verglichen und sodann irgend zwei derselben zusammen gegen das Platinkilogramm abgewogen werden.

Wegen der Gleichheit der specifischen Gewichte erfordert die erstere Vergleichung keine andern Vorsichtsmassregeln als überhaupt bei jeder Wägung nothwendig sind, während die letztere Vergleichung wegen der durch die Ungleichheit der specifischen Gewichte bedingten Reduction der Wägung auf den leeren Raum weitere Complicationen zur Folge hat.

Was zunächst die allgemeinen Vorsichtsmassregeln zur Erlangung genauer Wägungsergebnisse betrifft, so werden alle Wägungen ohne Ausnahme nach der Borda'schen Methode der Wägung auf einer Schale behufs Elimination der Ungleichheit der Wagarme angestellt. Um aber dabei auch die beständigen durch Temperatur-Schwankungen u. dgl. bewirkten Veränderungen in der relativen Länge der Wagarme unschädlich zu machen, vertauschte man wiederholt auf derselben Wagschale die zu vergleichenden Gewichte und verglich dann jeweilen das Resultat einer Wägung mit dem Mittel aus der vorhergehenden und nachfolgenden. Da ferner bei einer beidseitigen Belastung von 1 Kilogramm und einem Messingbalken eine relative Veränderung der Temperatur der beiden Wagarme um $\frac{1}{100}$ Grad eine Störung des Gleichgewichtes bewirkt, die 0,56 Milligrammen entspricht, so ist eine ganz besondere Rücksicht der Erhaltung des Temperaturgleichgewichtes im Innern des Waggehäuses zu tragen. Die Waggehäuse wurden daher so wenig als möglich bei den Wägungen geöffnet, die Gewichte nur mit längern Zangen angefasst, so dass man bei der Versetzung derselben mit den Händen nicht ins Innere des Waggehäuses hineinkam, und endlich wurden jeweilen bei den definitiven Messungen sowohl die Arretirungen des Wagbalkens als die Ablesungen des Zeigerstandes an der Scale aus einiger Entfernung ausgeführt. — Abgesehen von den durch die Construction der Wage selbst gebotenen Garantien für die Unveränderlichkeit der Hebelarme bei den auf einander folgenden Lösungen und Arretirungen des Wagbalkens wurde ausserdem bei der Versetzung der Gewichte stets darauf geachtet, die Wagschalen und damit auch die Gehänge in derselben Stellung zu erhalten.

Haben bei Beachtung aller dieser Vorschriften die zu vergleichenden Gewichte verschiedene Dichtigkeit, wie dies bei der auszuführenden Vergleichung des Platin-Kilogramms und zweier Quarz-Pfunde zusammengekommen der Fall ist, so entspricht nach dem archimedischen Princip das Resultat der Wägung der Gleichung:

$$P - P' = G - G',$$

wo P und G die wahren oder absoluten Gewichte der zu vergleichenden Gewichtsstücke, die bei aufeinanderfolgenden Wägungen nach der Borda'schen Methode des constanten Tara das Gleichgewicht halten und P' und G' die Gewichte der von ihnen respective verdrängten Luft-Volumina darstellen. Die obige Gleichung lässt sich auch folgendermassen schreiben:

$$P \left(1 - \frac{P'}{P} \right) = G \left(1 - \frac{G'}{G} \right),$$

und wenn wir hierbei berücksichtigen, dass P' und P , sowie G' und G respective die Gewichte gleicher Volumina darstellen, die sich jeweilen wie die specifischen Gewichte der betreffenden Körper verhalten, so wird das Resultat unserer Wägung auch dargestellt durch:

$$I. \quad P \left(1 - \frac{1}{S_p} \right) = G \left(1 - \frac{1}{S_g} \right),$$

wo 1 das specifische Gewicht der Luft im Waaggehäuse zur Zeit der Wägung, S_p das specifische Gewicht des Gewichtstückes P , und S_g das specifische Gewicht des Gewichtstückes G repräsentiren. Nun ist bei einer Temperatur t Grad Celsius allgemein das specifische Gewicht S_t eines Körpers

$$S_t = \frac{S_0}{1 + m \cdot t},$$

wenn S_0 das specifische Gewicht desselben bei 0 Grad und m der kubische Ausdehnungscoefficient desselben für 1 Grad Celsius darstellt. Ferner berechnet sich das specifische Gewicht der trockenen Luft bei 0 Grad und dem Normal-Luftdruck, der einer Quecksilbersäule von 760^{mm} Höhe entspricht, für eine Breite φ und eine Höhe von H Meter über Meer nach der Formel:

$$0,001292753 (1 - 0,0025935 \cos 2 \varphi) (1 - 0,00000031417 H)$$

welche *Kohlrausch* aus einer sehr umsichtigen Discussion der Régnault'schen Beobachtungen abgeleitet hat.¹⁾ Für die eidgenössische Eichstätte, d. i. eine Breite $\varphi = 46^\circ 57' 9''$ und eine Höhe $H = 540$ ^m über Meer, sowie für eine Temperatur t und einen Barometerstand h ^{mm} folgt hieraus für das specifische Gewicht trockener Luft der Werth:

$$\frac{0,001292762 \cdot h}{760 (1 + 0,003665 \cdot t)}$$

Ist indessen wie gewöhnlich die Luft im Waaggehäuse mehr oder minder feucht, so ist das specifische Gewicht 1 derselben gleich der Summe der specifischen Gewichte der trockenen Luft und des Wasserdampfes in dem Gemenge, also wenn h' den Partialdruck des Wasserdampfes in dem Gemenge oder mit andern Worten die absolute Feuchtigkeit der Luft darstellt:

$$1 = \frac{0,001292762 \cdot (h - h')}{760 (1 + 0,003665 \cdot t)} + \frac{0,001292762 \cdot 0,62208 \cdot h'}{760 (1 + 0,003665 \cdot t)},$$

¹⁾ Poggendorf's Annalen Bd. 98 S. 180.

wo 0,62208 das von *Régnauld* angegebene specifische Gewicht des Wasserdampfes bezogen auf Luft repräsentirt. Es ist also der Werth von l in der Formel I:

$$l = \frac{0,001292762 \cdot (h - 0,37792 \cdot h')}{760 (1 + 0,003665 \cdot t)}.$$

Setzen wir diese Werthe in Formel I ein, so geht dieselbe über in:

$$\begin{aligned} \text{I'.} \quad P & \left\{ 1 - \frac{0,001292762 \cdot (h - 0,37792 \cdot h') (1 + m_p \cdot t)}{760 (1 + 0,003665 \cdot t) \cdot S_{o,p}} \right\} = \\ & = G \left\{ 1 - \frac{0,001292762 \cdot (h - 0,37792 \cdot h') (1 + m_g \cdot t)}{760 \cdot (1 + 0,003665 \cdot t) \cdot S_{o,g}} \right\}, \end{aligned}$$

wo m_p den cubischen Ausdehnungscoefficienten für 1°C. des Gewichtes P und $S_{o,p}$ sein specifisches Gewicht bei 0°C. bezogen auf reines Wasser bei 4°C. und m_g sowie $S_{o,g}$ die die entsprechenden Grössen für das Gewichtsstück G bedeuten und wobei wir angenommen haben, dass die Temperatur der Luft und der Gewichtsstücke im Waaggehäuse dieselbe sei. Damit diese Bedingung in Wirklichkeit erfüllt sei, ist es durchaus nothwendig, die Gewichte stets einige Zeit vor den Wägungen in das Waaggehäuse zu bringen und rasche Temperatur-Aenderungen zu vermeiden.

Die in Klammern eingeschlossenen Grössen bei der vorigen Gleichung repräsentiren die sogenannte Reduction der Wägung auf den leeren Raum. Bezeichnen wir der Kürze halber die beiden Brüche in den Klammern, resp. mit p und g , und berücksichtigen, dass p und g kleine Grössen sind, so lässt sich mit grosser Annäherung die Formel I' auch schreiben:

$$P = G - G (g - p),$$

wo das 2. Glied rechter Hand vom Gleichheitszeichen die von der Reduction der Wägung auf den leeren Raum herrührende Correction darstellt.

Es ist für Gewichtsvergleichen im Allgemeinen und so auch für die nachfolgenden von Wichtigkeit, dass man sich über den Werth dieser Correction bei verschiedenen Gewichts-Combinationen einen deutlichen Begriff mache. Zu dem Ende nehmen wir an, es repräsentire G ein Kilogramm von Messing, dessen specifisches Gewicht bei 0° : $S_{o,g} = 8,00$ und dessen kubischer Ausdehnungscoefficient: $m_g = 0,0000563$ sei und es werde dies bei einer Temperatur $t = 15^\circ$, einem Barometerstand $h = 715^{\text{mm}}$ und einer absoluten Feuchtigkeit $h' = 6^{\text{mm}}$ der Reihe mit Kilogrammen P aus den nachfolgenden Substanzen verglichen, so nimmt jeweilen das Reductionsglied $G (g - p)$ in der obigen Formel die nebenstehenden Werthe an:

Kilogramm P			Reductions-Glied
Substanz	$S_{o,p}$	m_p	$- G (g - p)$
Messing	8,50	0,0000557	^{mgr.} — 7
Eisen	7,20	0,0000380	+ 18
Blei	11,00	0,0000855	— 37
Platin	20,00	0,0000258	— 86
Bergkrystall . . .	2,65	0,0000326	+ 282
Wasser	1,00	0,0004347	+ 1009

Hiernach beträgt also auch bei unserer Vergleichung eines Bergkrystall-Kilogramms mit einem Platinkilogramm die Reduction auf den leeren Raum: ^{mgr}368 und nur, wenn das Gesamtgewicht 1 Decigramm nicht merklich übersteigt, geht der Betrag des Reductions-gliedes unter 0,1 ^{mgr}herunter und ist also, wenn wir diese Grösse als Genauigkeitsgrenze der Wägungen betrachten, zu vernachlässigen.

Um fernerhin zu ermitteln, welchen Einfluss in Folge dieser anzubringenden Correction die Fehler in der Bestimmung der veränderlichen Grössen t , h , h' , $S_{o,p}$ etc. auf das Endresultat haben, differentiren wir die vorstehende Gleichung unter Einsetzung der Werthe von p und g der Reihe nach nach diesen Variablen und finden so:

$$\frac{d.P}{d h} d h = - G \cdot \frac{A}{1 + \alpha t} \left[\frac{1 + m_g t}{S_{o,g}} - \frac{1 + m_p t}{S_{o,p}} \right] \cdot d h,$$

$$\frac{d.P}{d h'} d h' = + G \cdot \frac{A}{1 + \alpha t} \left[\frac{1 + m_g t}{S_{o,g}} - \frac{1 + m_p t}{S_{o,p}} \right] \cdot B \cdot d h',$$

$$\frac{d.P}{d t} d t = - G \cdot \frac{A (h - B \cdot h')}{(1 + \alpha t)^2} \cdot \left[\frac{m_g - \alpha}{S_{o,g}} - \frac{m_p - \alpha}{S_{o,p}} \right] \cdot d t,$$

$$\frac{d.P}{d S_{o,g}} \cdot d S_{o,g} = G \cdot \frac{A (h - B h')}{1 + \alpha t} \cdot \frac{1 + m_g t}{S_{o,g}^2} \cdot d S_{o,g},$$

$$\frac{d.P}{d S_{o,p}} \cdot d S_{o,p} = - G \cdot \frac{A (h - B \cdot h')}{1 + \alpha t} \cdot \frac{1 + m_p t}{S_{o,p}^2} \cdot d S_{o,p},$$

$$\frac{d \cdot P}{d m_g} \cdot d m_g = - G \cdot \frac{A (h - B \cdot h')}{1 + \alpha t} \cdot \frac{t}{S_{o,g}} \cdot d m_g,$$

$$\frac{d \cdot P}{d m_p} \cdot d m_p = + G \cdot \frac{A (h - B \cdot h')}{1 + \alpha t} \cdot \frac{t}{S_{o,p}} \cdot d m_p,$$

wo wir der Kürze halber:

$$\frac{0,001292762}{760} = A$$

$$0,37792 = B$$

$$0,003665 = \alpha$$

gesetzt haben. Aus diesen Gleichungen lassen sich nun leicht die Fehler $d h$, $d h'$, $d t$ etc. berechnen, welche wir bei der Bestimmung des Barometerstandes h , der absoluten Feuchtigkeit h' , der Temperatur t etc. begehen dürfen, damit der dadurch bedingte Fehler $d P$ des Vergleichungsergebnisses eine gewisse Grenze nicht übersteige. Angenommen die Genauigkeitsgrenze $d P$ unserer Wägungen solle 0,1 Milligramm sein, und es sei während derselben wieder $h = 715$, $h' = 6$, $t = 15^\circ \text{C.}$, so berechnen sich bei der Vergleichung der Kilogramme P und G verschiedener Natur für die zu tolerirenden Fehler folgende Grenzen:

Kilogr. P.	Messing $S_{o,p} = 8,5$	Platin $S_{o,p} = 20,0$	Bergkrystall $S_{o,p} = 2,65$	Bergkrystall $S_{o,p} = 2,65$	Wasser $S_{o,p} = 1,0$
Kilogr. G.	Messing $S_{o,g} = 8,0$	Messing $S_{o,g} = 8,0$	Messing $S_{o,g} = 8,0$	Platin $S_{o,g} = 20$	Messing $S_{o,g} = 8,0$
$d t$	$\pm 3,47$ mm	$\pm 0,34$ mm	$\pm 0,10$ mm	$\pm 0,08$ mm	$\pm 0,03$ mm
$d h$	$\pm 8,43$ mm	$\pm 0,83$ mm	$\pm 0,26$ mm	$\pm 0,19$ mm	$\pm 0,07$ mm
$d h'$	$\pm 22,3$ mm	$\pm 2,18$ mm	$\pm 0,65$ mm	$\pm 0,50$ mm	$\pm 0,19$ mm
$d S_{o,p}$	$\pm 0,0063$	$\pm 0,0348$	$\pm 0,0006$	$\pm 0,0006$	$\pm 0,0001$
$d S_{o,g}$	$\pm 0,0056$	$\pm 0,0056$	$\pm 0,0056$	$\pm 0,0348$	$\pm 0,0056$
$d m_p$	$\pm 0,000049$	$\pm 0,000116$	$\pm 0,000015$	$\pm 0,000015$	$\pm 0,000006$
$d m_g$	$\pm 0,000046$	$\pm 0,000046$	$\pm 0,000046$	$\pm 0,000116$	$\pm 0,000046$

Damit nun trotz des allfälligen Zusammenwirkens mehrerer dieser Fehlerquellen im gleichen Sinne das Wägungs-Resultat doch eine Genauigkeit von $\pm 0,1$ Milligramm erreiche,

wollen wir als äusserste, durch einen einzelnen Beobachtungsfehler bedingte Fehlergrenze des Endresultates: $dP = 0,02$ Milligramm annehmen. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich aus der obigen Tafel, dass wir in unserm vorliegenden Falle, d. h. bei der Vergleichung eines Platinkilogrammes mit einem Bergkrystall-Kilogramm in einer Summe zweier Bergkrystallpfunde die

die Temperatur t mit einer Genauigkeit von	$\pm 0,015$
den Barometerstand h	$\pm 0,038$ ^{mm}
die absolute Feuchtigkeit h'	$\pm 0,100$ ^{mm}
das specifische Gewicht des Platins $S_{o,g}$	$\pm 0,00696$
» » » » Bergkrystalls $S_{o,p}$	$\pm 0,00012$
den cubischen Ausdehnungskoeffizienten des Platins m_g	$\pm 0,000023$
und den cubischen Ausdehnungskoeffizienten des Bergkrystalls m_p	$\pm 0,000003$

bestimmen oder kennen müssen. Die vorhandenen Angaben über die Ausdehnungskoeffizienten des Platins und des Quarzes sind hinlänglich genau, um sie, wie wir noch näher zeigen werden, unmittelbar verwenden zu können, die übrigen Grössen mussten neu bestimmt werden und zu dem Ende waren also nothwendig erstlich Thermometer zur Messung der Temperatur, sodann ein Barometer und Hygrometer zur Ermittlung von h und h' , endlich zur Bestimmung der specifischen Gewichte ausser einer entsprechenden Vorrichtung bei der Waage noch genau verificirte Gewichtssätze, die anderseits auch für die Ermittlung der absoluten Werthe der kleinen Ausgleichungsgewichte bei den Wägungen unentbehrlich waren.

Wir wollen im Folgenden ausser den Waagen selbst auch noch diese Hülfsinstrumente näher betrachten und gleich zusehen, inwiefern dieselben den oben an sie gestellten Anforderungen genügen können.

§ 24. W a a g e n.

Die bei der Vergleichung der Kilogramme gebrauchte Waage der eidgenössischen Eichstätte ist von den Herrn Mechaniker *Hermann* und *Studer* in Bern verfertigt und auf Tafel III Fig. 1 in der Vorder-Ansicht, Fig. 2 in der Seiten-Ansicht und Fig. 3 im Grundriss dargestellt. Es genügt daher der wesentlichsten Theile der Waage, wodurch sie sich auch etwa von andern Instrumenten dieser Art unterscheidet, besonders zu erwähnen. Der Waagebalken ist oben gerade und besitzt da von der Mitte bis zu den Endschneiden eine Thei-

lung in 100 gleiche Theile für den Gebrauch der Reiter-Verschiebung R. Die mittlere Schneide des Balkens kommt nach Lösung der Arretirung beiderseits auf ebene Achatplatten zu liegen und ebenso legen sich dann die Gehänge der Waagschalen mit ebenen Achatplatten auf die Endschneiden auf. Beim Heben des Arretirungsbalkens B durch Drehen am Knopfe K wird nicht bloss an den Stellen b der Balken gefasst und so die Mittelschneide von ihrer Unterlage abgehoben, sondern zugleich auch an beiden Enden bei c vorstehende cylindrische Zapfen an den Gehängen durch Y-förmige Lager im Arretirungsbalken erfasst und damit auch die Gehänge von den Endschneiden entfernt. Der Zeiger z bewegt sich vor der Scale h h unten an der Säule und wird von einem nach vorn hervortretenden Stücke s am Wagebalken getragen. Die durch Drehen der Knöpfe m zu hebenden und zu senkenden Messingkreuze t unterhalb der Waagschalen mit Elfenbeinknopf in der Mitte und 4 Elfenbeinspitzen an den Enden der Kreuzarme dienen nicht bloss zur Stützung der Waagschalen, sondern zugleich auch dazu die letztern beim Vertauschen der Gewichte durch passendes Auflegen der letztern stets wieder in dieselbe Lage zu bringen.

Bei Bestimmung des specifischen Gewichts mit dieser Waage wird eine Messingbrücke über die eine Waagschale so gelegt, dass sie diese nirgends berührt, darauf das Glas mit destillirtem Wasser gestellt und der zu untersuchende Körper mittelst eines Platindrahtes an dem Hacken d oben am betreffenden Waagschalenbügel aufgehängt.

Das aus Glas und Magahoniholz bestehende Gehäuse der Waage ist auf einer an der Zimmerwand befestigten Console C aufgestellt und hat nur an der Vorderseite zwei seitliche Thüren V. Die Nivellirung des Waagbrettes erfolgt mittelst der Stellschrauben W nach der Dosenlibelle D vor der Säule. Bei den genauern Wägungen endlich geschieht die Waagbalkenarretirung durch eine Stange mit Universalgelenk aus einer Entfernung von nahe 2 Meter und aus derselben Entfernung wird dann auch der Zeigerstand an der Scale mit einem 60 Mal vergrößernden Fernrohre abgelesen.

Bei einer Belastung von 1 Kilogramm beiderseits gibt diese Waage, wenn ihre Schwingungsdauer durch Heben der Correctionsschraube x für den Schwerpunkt auf 60 Secunden gebracht worden ist, für ein Uebergewicht von $0,5^{mgr}$ einen constanten Anschlag von 1 Scalentheil und da 0,1 Scalentheil bei der Beobachtung der Zeigerbewegung mit dem Fernrohr noch sicher geschätzt werden kann, so sind also noch $0,05^{mgr}$ Uebergewicht zu erkennen. Bis auf 0,2 Scalentheil oder also $0,1^{mgr}$ steht auch die Waage bei aufeinanderfolgenden Arretirungen und Lösungen derselben immer wieder genau ein, wenn die Belastung und die Temperatur inzwischen unverändert geblieben sind.

Eine weitere Waage, die ebenfalls für eine Maximal-Belastung von 1 Kilogramm bestimmt ist und dieselbe Empfindlichkeit, wie die vorige besitzt, unterscheidet sich von ihr nur dadurch, dass sie statt mit einem Gehäuse von Glas und Holz mit einem Gusseisenkasten umgeben ist, in den an passenden Stellen dickwandige Glasplatten eingesetzt sind, so dass dieses Gehäuse luftdicht zu verschliessen ist. Ein verzweigtes Bleirohr führt aus demselben einerseits zu einem später noch näher zu beschreibenden Manometer, andererseits zu einer im Nebenzimmer aufgestellten doppelwirkenden Luftpumpe von *Staudinger* in Giessen. Mit der letztern kann man so die Luft im Waagegehäuse bis zu einem bedeutenden Grade verdünnen und zugleich dient ihr besonderer Recipient dazu, Gewichte, die zur Bestimmung des specifischen Gewichts ins Wasser getaucht worden sind, nach der Abtrocknung mit einem Tuch noch ganz scharf über concentrirter Schwefelsäure in der üblichen Weise auszutrocknen. Die Reiterverschiebung ist bei dieser Waage fortgelassen und statt derselben sind zwei Vorrichtungen angebracht, um im Innern derselben kleinere und grössere Gewichte ohne Oeffnung des Gehäuses und unbeschadet des luftdichten Verschlusses von aussen versetzen zu können.

Die nächst grössere Waage, für eine Maximal-Belastung von 5 Kilogrammen auf beiden Schalen eingerichtet, lässt bei dieser Belastung noch $\frac{1}{5.000.000}$ dieses Gewichtes sicher erkennen und unterscheidet sich im Uebrigen von der zuerst beschriebenen nur dadurch, dass der Balken von Stahl ist, die Reiterverschiebung und die Schalenunterlagen fehlen, dafür aber die Schalen unten mit Hacken versehen sind, vermittelst deren man zufolge Durchbohrungen im Waagbrette im darunter befindlichen Kasten Körper an den Waagschalen aufhängen kann.

Die grösste Waage ist ganz aus Eisen construirt und lässt bei ihrer Maximal-Belastung von 50 Kilogramm beiderseits ein Uebergewicht von $\frac{1}{1.000.000}$ oder also 50 ^{mgr} deutlich und sicher bestimmen. Sie besitzt eine besondere Arretirung für die Waagschalen, sowie eine ganz einfache für den Balken und ist im Uebrigen auch in ein Glasgehäuse eingeschlossen, das auf einem Steinsockel steht.

Zur Vergleichung kleinerer Gewichte dienen endlich zwei kleinere Waagen, von welchen die eine bei der Maximal-Belastung von 50 Gramm noch 0,04 Milligramm sicher angibt, während die andere bei ihrer Maximal-Belastung von 1 Gramm noch 0,01 Milligramm erkennen lässt.

§ 25. Gewichtssätze.

Wegen der Anwendung der *Borda'schen* Methode bei den Wägungen sind fast alle Gewichtssätze der Eichstätte in zwei Exemplaren vorhanden. Zunächst sind zwei Gewichtssätze von Messing von 50 Pfund herunter bis zu 1 Pfund zu erwähnen, sodann ein Satz vergoldeter Argantan-Gewichte von 1 Pfund nach fortgesetzten Halbirungen herunter bis zu $\frac{1}{64}$ Loth; hierauf zwei Gewichtssätze von 1 Kilogramm herunter bis zu 1 Gramm, der eine von vergoldetem Argantan, der andere von vergoldetem Messing, weiter 4 Gewichtssätze von 1 Gramm herunter bis zu 1 Milligramm und zwar 2 von versilbertem Kupferdraht (der eine davon ist speciell für den Gebrauch der Waage mit dem Eisengehäuse bestimmt), der dritte von vergoldetem Kupferdraht und der vierte von Bergkrystall (der letztere von *Steinheil* in München gefertigt besteht aus hochpolirten Kugeln von Bergkrystall, die mit besondern, an den Enden schalenförmig gestalteten Pincetten gefasst werden), endlich ein Satz Aluminium-Gewichte von 1 Milligramm herunter bis zu 0,1 Milligramm.

Diese Gewichtssätze wurden alle annähernd justirt und sodann bei den meisten derselben die übrig bleibenden Fehler für die einzelnen Stücke wiederholt genau durch Vergleichung nach der *Tarir-Methode* bestimmt. Es wurde dabei beispielsweise folgendermaassen verfahren:

Man brachte das eine Kilogramm des einen Gewichtssatzes, etwa das des Argantan-Satzes, das wir mit K_a bezeichnen wollen, auf die eine Waagschaale, stellte das Gleichgewicht her und ersetzte es darauf durch die Summe aller kleinern Gewichte des betreffenden Satzes, die zusammen ebenfalls 1 Kilogramm ausmachen sollen. Was man in diesem Falle auf dieser Waagschaale hinzufügen oder wegnehmen muss, gibt die Differenz von K_a und $\frac{1}{2} K_a + \Sigma a_1$, die man noch genauer erhält, wenn man das halbe Kilogramm $\frac{1}{2} K_a$ und die Summe Σa_1 aller übrigen Gewichte bei einer dritten Wägung nochmals durch K_a ersetzt. Man findet so z. B.:

$$(1) \quad K_a = \frac{1}{2} K_a + \Sigma a_1 + \alpha^{mgr}$$

Darauf vergleicht man ebenso $\frac{1}{2} K_a$ mit dem 200 Gramm-Stück: $2 H_a$ und der Summe Σa_2 aller kleinern Gewichte und findet etwa:

$$(2) \quad \frac{1}{2} K_a = 2 H_a + \Sigma a_2 + \beta = \Sigma a_1 + \beta$$

Die Vergleichung von $2 H_a$ mit den beiden 100 Gramm-Stücken, von welchen das eine durch ein Stern (*) markirt ist, gibt weiter:

$$(3) \quad 2 H_a = H_a + H_a^* + \gamma$$

Eine fernere Wägung gibt:

$$(4) \quad H_a = \overset{*}{H}_a + \delta$$

Mit H_a und den kleinern Gewichten verfahren wir jetzt weiterhin ganz gleich wie oben mit K_a , $\frac{1}{2} K_a$ etc. und erhalten so folgende neue Gleichungen:

$$(5) \quad H_a = \frac{1}{2} H_a + \Sigma a_3 + \varepsilon$$

$$(6) \quad \frac{1}{2} H_a = 2 D_a + \Sigma a_4 + \zeta = \Sigma a_3 + \zeta$$

$$(7) \quad 2 D_a = D_a + \overset{*}{D}_a + \eta$$

$$(8) \quad D_a = \overset{*}{D}_a + \vartheta$$

Vergleichen wir endlich noch das Dekagrammstück D_a mit der Summe aller kleineren Gewichte: $\frac{1}{2} D_a + \Sigma a_5$, sowie diese wieder untereinander, so entsprechen diesen Wägungs-Resultaten schliesslich noch folgende Gleichungen:

$$(9) \quad D_a = \frac{1}{2} D_a + \Sigma a_5 + \iota$$

$$(10) \quad \frac{1}{2} D_a = 2 G_a + \Sigma a_6 + \kappa = \Sigma a_5 + \kappa$$

$$(11) \quad 2 G_a = G_a + \overset{*}{G}_a + \lambda$$

$$(12) \quad G_a = \overset{*}{G}_a + \mu$$

$$(13) \quad G_a = \overset{*}{G}_a + \nu$$

Wird nun schliesslich der absolute Fehler des Kilogramms K_a durch Vergleichung mit dem Mutterkilogramm bestimmt, so sind jetzt leicht die Fehler aller übrigen Gewichte zu berechnen. Man habe etwa gefunden:

$$K_a = 1 \text{ Kilogramm} + \sigma^{\text{mgr}}$$

so folgt hieraus und aus Gleichung (1) oben:

$$\frac{1}{2} K_a + \Sigma a_1 = 1,000,000 + \sigma - \alpha^{\text{mgr}}$$

und wenn wir hier für Σa_1 aus (2) den Werth einsetzen, so kömmt:

$$\frac{1}{2} K_a = 500,000 + \frac{\sigma - \alpha + \beta}{2} \quad (1)$$

Aus den Gleichungen (2) bis (5) in Verbindung mit der vorigen folgt aber weiter, wenn wir der Kürze halber: $\sigma - \alpha - \beta = q$ setzen:

$$2 H_a = 200,000 + \frac{q + 3\gamma - \delta + 2\varepsilon}{5} \quad (2)$$

$$H_a = 100,000 + \frac{q - 2\gamma + 4\delta + 2\varepsilon}{10}$$

$$\overset{*}{H}_a = 100,000 + \frac{q - 2\gamma - 6\delta + 2\varepsilon}{10} \quad (3)$$

Die Differenz der Gleichungen (5) und (6) mit dem vorstehenden Werth von H_a combinirt, gibt:

$$\frac{1}{2} H_a = 50,000 + \frac{\varrho - 2\gamma + 4\delta - 8\varepsilon + 10\xi}{20}$$

Aus den Gleichungen (6) bis (9) und dem eben ermittelten Werthe von $\frac{1}{2} H_a$ berechnet sich sodann, wenn wir der Kürze halber $\varrho + 2\gamma + 4\delta - 8\varepsilon - 10\xi = \xi$ setzen:

$$2 D_a = 20,000 + \frac{\xi + 30\eta - 10\vartheta + 20\iota}{50}$$

$$D_a = 10,000 + \frac{\xi - 20\eta + 40\vartheta + 20\iota}{100}$$

$$\dot{D}_a = 10,000 + \frac{\xi - 20\eta - 60\vartheta + 20\iota}{100}$$

Der Werth von D_a in Verbindung mit (9) und (10) gibt ferner:

$$\frac{1}{2} D_a = 5,000 + \frac{\xi - 20\eta - 60\vartheta - 80\iota + 100\kappa}{200}$$

und daraus folgt endlich in Verbindung mit den Gleichungen (10) bis (13) für das Zwei-Grammstück und die 3 Ein-Grammstücke:

$$2 G_a = 2000 + \frac{\chi + 100(2\nu + 3\lambda - \mu)}{500}$$

$$G_a = 1000 + \frac{\chi + 200(2\mu + \nu - \lambda)}{1000}$$

$$\dot{G}_a = 1000 + \frac{\chi + 200(\nu - 3\mu - \lambda)}{1000}$$

$$\ddot{G}_a = 1000 + \frac{\chi + 200(2\mu - 4\nu - \lambda)}{1000}$$

wo wir der Kürze halber:

$$\xi - 20\eta - 60\vartheta - 80\iota - 100\kappa = \chi$$

gesetzt haben.

Gewichts-Sätze, welche statt der 3 Ein-Grammstücke, wie das häufig der Fall ist, noch ein Zwei-Grammstück und bloss ein Ein-Grammstück besitzen, können ohne Zuziehung eines Ein-Grammstückes aus einem andern Gewichtssatze nicht bis auf diese letzten Stücke, wie leicht ersichtlich, verificirt werden.

Der in ganz entsprechender Weise von 1 Gramm an abwärts angeordnete kleine Gewichtssatz von Bergkrystallkugeln wurde, nachdem man das Gramm mit einem der vorher verificirten Grammstücke der grösseren Gewichtssätze verglichen hatte, nach ganz demselben Schema bis zu seinen 3 Ein-Milligrammstücken herunter auf seine Fehler untersucht.

Nach dem so verificirten Bergkrystall-Grammsatz wurden dann die Fehler der beiden Grammsätze aus versilbertem und vergoldetem Kupferdraht bestimmt, welche nur je aus Fünfer- und aus Einerstücken bestehen und zwar so, dass immer 2 Fünfer- und je 5 Einerstücke derselben Sorte vorhanden sind. Durch Befeilen hatte ich vorher alle gleichartigen Stücke dieser Sätze auf genau gleiches Gewicht — übrig bleibender Fehler höchstens $\pm 0,01$ Millgr. — gebracht.

Endlich habe ich mit Hülfe des einen verificirten Kilogramm-Satzes der Reihe nach von unten nach oben auch die Gewichte des einen feinem Messing-Gewichtssatzes von 3 bis 25 Pfd. (verfertigt von *Hermann* u. *Studer*) in entsprechender Weise auf ihre Fehler untersucht.

Was die Reduction dieser Wägungen auf den leeren Raum anbelangt, so wurde im Allgemeinen angenommen, dass die Gewichte desselben Satzes wenigstens in so weit gleiches specifisches Gewicht haben, um bei ihrer Vergleichung unter einander hievon absehen zu können. Nur jeweilen bei der Vergleichung der beiden grössten Gewichte der Kilogramm-Sätze mit den Normalen, nämlich dem Mutterkilogramm und dem Urfund, wurden später, nachdem man ihre specifischen Gewichte genau ermittelt hatte, die Reductionen auf den leeren Raum vorgenommen. Ebenso wurde diese Reduction auch nicht vernachlässigt bei der Vergleichung des Gramms von Bergkrystall mit dem Gramm eines der grösseren Metallgewichtssätze.

In den nachstehenden Tafeln sind die in dieser Weise zu verschiedenen Zeiten erhaltenen Correctionen oder wahren Gewichte der einzelnen Stücke dieser Gewichtssätze zusammengestellt.

Kleine Bergkrystall-Gewichte,

untersucht von *Wild* im October 1864 mit Berücksichtigung der Reduction auf den leeren Raum.

G_q	=	1000	+	^{mgr} 1,97
$\frac{1}{2} G_q$	=	500	+	0,89
$2 d_q$	=	200	+	0,54
d_q^a	=	100	+	0,02
d_q^b	=	100	—	0,08
$\frac{1}{2} d_q$	=	50	—	0,04
$2 c_q$	=	20	+	0,07
c_q^a	=	10	+	0,04
c_q^b	=	10	+	0,04
$\frac{1}{2} c_q$	=	5	+	0,06
$2 m_q$	=	2	+	0,02
m_q^a	=	1	+	0,02
m_q^b	=	1	+	0,00
m_q^c	=	1	+	0,02

Vergoldete Kupferdraht-Gewichte,

untersucht von

Wild im October 1864

Hermann im October 1867

$$\frac{1}{2} G_k = 500 + 0,75^{\text{mgr}}$$

$$= 500 + 0,75^{\text{mgr}}$$

$$d_k = 100 - 0,11$$

$$= 100 - 0,11$$

$$\frac{1}{2} d_k = 50 - 0,05$$

$$= 50 - 0,05$$

$$c_k = 10 + 0,04$$

$$= 10 + 0,04$$

$$\frac{1}{2} c_k = 5 + 0,06$$

$$= 5 + 0,01^1)$$

$$m_k = 1 + 0,00$$

$$= 1 + 0,02$$

Aluminiumdraht-Gewichte und Reiter-Gewichte für die Reiter-Verschiebung,

untersucht von *Wild* im October 1864 und im September 1865.

$$\text{Centigramm-Reiter von versilbertem Draht} \dots = 10 + 0,03^{\text{mgr}}$$

$$\text{» » Aluminium-Draht} \dots = 10 + 0,03^{\text{mgr}}$$

$$\text{Aluminiumdraht-Gewichte} \dots \frac{1}{2} m_a = 0,5 + 0,00$$

$$\text{» » } \dots \frac{1}{10} m_a = 0,1 + 0,00$$

Vergoldete Messing-Gewichte

mit Berücksichtigung der Reduction auf den leeren Raum,

untersucht von

Wild und *Jenzer*

Wild und *Hermann*

1865

1867

August und September

November und December

$$K_m = 1000 + 2,30^{\text{gr}}$$

$$= 1000 + 1,98^{\text{mgr}}$$

$$\frac{1}{2} K_m = 500 + 4,02$$

$$= 500 + 0,85$$

$$2 H_m = 200 - 1,08$$

$$= 200 - 1,90$$

$$H_m^* = 100 + 3,35$$

$$= 100 + 3,02$$

$$H_m = 100 + 2,56$$

$$= 100 + 2,02$$

$$\frac{1}{2} H_m = 50 + 1,16$$

$$= 50 + 2,65$$

$$2 D_m = 20 + 4,42$$

$$= 20 + 5,14$$

$$D_m^* = 10 + 1,30$$

$$= 10 + 1,32$$

¹⁾ Die Fünf-Milligrammstücke waren vor der Wägung im October 1867 wegen Oxydation mit neuen vertauscht worden.

$D_m =$	10 + 1,85	$=$	10 + 1,77
$\frac{1}{2} D_m =$	5 — 1,40	$=$	5 — 1,45
$2 \overset{*}{G}_m =$	2 + 0,00	$=$	2 + 0,13
$2 G_m =$	2 + 1,82	$=$	2 + 1,74
$G_m =$	1 — 0,33	$=$	1 — 0,64

Wir ersehen aus der Vergleichung dieser beiden Bestimmungsreihen, dass diese aus sehr gleichförmigem Messingguss angefertigten und nach starker galvanischer Vergoldung gut ausgewaschenen Gewichte in dem Zeitraum zweier Jahre ihre absoluten Gewichte nicht bedeutend verändert haben. Dieselben sind durchweg etwas leichter geworden und zwar hat in dieser Beziehung das halbe Kilogramm die stärkste Veränderung erfahren, indem es um volle 3 Milligramme leichter geworden ist.

Vergoldete Argantan-Gewichte,
mit Berücksichtigung der Reduction auf den leeren Raum,
untersucht von

<i>Wild</i> 1865	<i>Jenzer und Wild</i> 1865	<i>Hermann und Wild</i> 1867
März und April	August und September	November und December
$K_a = \overset{gr}{1000} + \overset{mgr}{0,66}$	+ 0,75	+ 1,20
$\frac{1}{2} K_a = 500 + 0,58$	+ 0,29	+ 0,66
$2 H_a = 200 - 4,56$	— 4,41	— 4,16
$H_a = 100 - 8,48$	— 19,15	— 38,14
$\overset{*}{H}_a = 100 + 0,32$	— 13,39	+ 2,18 ¹⁾
$\frac{1}{2} H_a = 50 - 2,81$	— 2,86	— 2,82
$2 D_a = 20 + 0,29$	— 1,03	— 1,49
$\overset{*}{D}_a = 10 + 0,60$	— 0,51	— 0,72
$D_a = 10 + 0,15$	— 0,11	— 0,43
$\frac{1}{2} D_a = 5 - 0,09$	+ 1,10	+ 1,59
$2 G_a = 2 + 0,94$	+ 1,46	+ 0,85
$\ddot{G}_a = 1 + 0,45$	+ 0,77	+ 0,29
$\dot{G}_a = 1 + 0,56$	+ 0,78	+ 0,50
$G_a = 1 + 0,40$	+ 0,66	+ 0,39

¹⁾ Das Gewicht $\overset{*}{H}_a$ ist vor der dritten Beobachtungsserie mit einem neuen vertauscht worden; das alte wurde durchschnitten und zeigte dabei in seinem Innern grosse Hohlräume, welche die bedeutende Verminderung seines Gewichtes von der ersten zur zweiten Wägung erklären. Dasselbe ist sicherlich auch beim

Es dürfte an dieser Stelle passend und von allgemeinerem Interesse sein, über die Veränderung von Metall-Gewichten im Laufe der Zeit aus meinen Erfahrungen noch folgende Mittheilungen zu machen.

Das im ersten Abschnitte erwähnte provisorische Mutterkilogramm der Schweiz — ein vergoldetes cylindrisches Messinggewicht von *Steinheil* in München — ist von Herrn *von Steinheil* im Jahre 1844 mit seiner Copie des Pariser Archiv-Kilogramms in Bergkrystall verglichen worden und erwies sich damals nach der Reduction auf den leeren Raum als um 4,67 Milligr. zu leicht, also:

Steinheil 1844: $K_s = 1$ Kilogr. — 4,67 Milligr.

Meine eigenen Vergleichen desselben Kilogramms mit dem Mutterkilogramm von Platin haben, wieder unter Reduction der Wägungen auf den leeren Raum, folgende Resultate ergeben:

<i>Wild</i>	{	1864	October	$K_s = 1$	Kilogr.	—	6,78	Milligr.
		1865	März	$K_s = 1$	»	—	6,87	»
		1865	Sept.	$K_s = 1$	»	—	7,13	»
		1867	Decbr.	$K_s = 1$	»	—	7,77	»

Darnach wäre das fragliche Kilogramm in 20 Jahren um 2 Milligr., während 3 Jahren nach meinen Vergleichen mit ein und demselben Platinkilogramm um nahe 1 Milligr. leichter geworden. Ich bemerke noch, dass zwischen den Vergleichen von März und September 1865 das Kilogramm K_s zur neuen Bestimmung seines specifischen Gewichts in Wasser gebracht, hernach mit Seidenpapier abgewischt und schliesslich noch unter der Luftpumpenglocke über Schwefelsäure scharf getrocknet wurde. Diese Operation hatte also auf das Gewicht keinen beträchtlichen Einfluss.

Wie sehr die vorstehenden Zahlen unser Vertrauen verdienen, wird am besten aus der Aufführung der einzelnen Resultate der Beobachtungsreihen vom October 1864 und März

Gewichtsstücke H_s der Fall, das im Laufe von $2\frac{1}{2}$ Jahren eine Gewichtsverminderung um volle 30 Milligr. erfahren hatte. Offenbar haben sich diese Hohlräume, die mit der Oberfläche durch kaum erkennbare Poren in Verbindung stehen, bei der Vergoldung und dem nachherigen Auskochen in destillirtem Wasser mit Flüssigkeit gefüllt, welche Flüssigkeit später nach und nach durch die feinen Oeffnungen verdunstete. Es wurde dies auch dadurch bestätigt, dass sich bei diesen Gewichtsstücken stets nach längerem Liegen an einzelnen Stellen der Oberfläche ein weisser Anflug zeigte.

Es ist hiernach jedenfalls rathsam, galvanisch vergoldete Metallgewichte unmittelbar nach der Vergoldung und einige Zeit später genau abzuwägen und so auf das störende Vorhandensein solcher aussen nicht erkennbaren Poren zu untersuchen, was aus einer bedeutenden Gewichtsverminderung sofort erkannt werden kann.

1865 hervorgehen. Nach der jeweiligen Reduction auf den leeren Raum ergaben die zum Theil von einander ganz unabhängigen Vergleichen:

		$K_s = 1$ Kilogramm	—	6,87	Milligramm,
		= 1	»	—	6,87 »
25.—28. October		= 1	»	—	6,73 »
1864.		= 1	»	—	6,02 »
		= 1	»	—	7,09 »
		= 1	»	—	7,09 »

Mittel: $K_s = 1$ Kilogramm — $6,78 \pm 0,16$ Milligramm.

		$K_s = 1$ Kilogramm	—	6,86	Milligramm,
17. und 18. März		= 1	»	—	6,89 »
1865.		= 1	»	—	6,89 »
		= 1	»	—	6,89 »
		= 1	»	—	6,84 »

Mittel: $K_s = 1$ Kilogramm — $6,87 \pm 0,01$ Milligramm.

Der mittlere Fehler dieser beiden Endresultate ist also $\pm 0,16$ Milligr., resp. $\pm 0,01$ Milligr., also durchschnittlich kleiner als 0,1 Milligramm.

Mit dem vergoldeten Messing-Kilogramm K_s wurde ferner ein unvergoldetes zum Hochglanz polirtes Argentan-Kilogramm, das von der Normal-Eichungscommission zu Berlin unter der Direction des Hrn. Geheimrath *Brix* nach der dortigen Copie des Pariser-Archiv-Platin-Kilogramms verificirt worden war, wiederholt von mir verglichen. Die Resultate dieser Wägungen nach ihren Reductionen auf den leeren Raum sind:

Berlin	Januar 1863	$K_b = 1$ Kilogramm	—	2,06	Milligramm
Bern	27. October 1864	$K_b = 1$	»	—	15,41 »
	6. December 1864	$K_b = 1$	»	—	16,00 »
	14. »	$K_b = 1$	»	—	16,51 »
	20. »	$K_b = 1$	»	—	16,76 »
	26. »	$K_b = 1$	»	—	16,80 »

Da kein Grund vorhanden ist, irgend einer dieser Zahlen zu misstrauen, so scheint mir aus der bedeutenden Gewichtsabnahme von der ersten zur zweiten Verification, sowie aus der für den kurzen Zeitraum von einem Monat ebenfalls sehr bedeutenden Abnahme von 1,4 Milligr. bei meinen Vergleichen allein zu folgen, dass wohl auch bei diesem Gewichte

Hohlräume von der Bestimmung des specifischen Gewichtes in Berlin her theilweise wenigstens mit Wasser gefüllt waren, das langsam verdunstete. Ein sich vergrößernder Oxydfleck in der Mitte der nach innen gewölbten Basis des Gewichtes spricht wenigstens ebenfalls dafür.

Eine projectirte Untersuchung über die allfällige Gewichts-Änderung von Glasgewichten im Laufe der Zeit und namentlich auch bei verschiedenen Feuchtigkeitszuständen der Luft hat noch nicht ausgeführt werden können.

§ 26. Thermometer.

Zur Bestimmung der gemeinsamen Temperatur der Luft und der Gewichte im Waagegehäuse dienten zwei neben den Schalen aufgehängte sogen. Einschluss-Thermometer von *Geissler* in Bonn (verfertigt im Jahre 1861). Dieselben haben kleine cylindrische Gefässe und sind direct in $\frac{1}{10}^{\circ}$ Celsius eingetheilt, so dass $\frac{1}{100}^{\circ}$ namentlich vermittelt einer Loupe noch leicht geschätzt werden kann. Der Punkt 0 befindet sich in der Nähe des untern, der Grad 100 in der Nähe des obern Endes der Scale. Durch die Marken I und II werden die fast genau gleichen Instrumente leicht unterschieden.

Obschon Herr *Geissler* als Verfertiger guter und richtiger Thermometer einen ganz verdienten Ruf besitzt und auf die Erstellung dieser Instrumente noch eine besondere Sorgfalt verwendet hatte, so konnte ich mich doch auf die unmittelbare Richtigkeit ihrer Angaben hier, wo es sich um eine Genauigkeit bis zu $0,01^{\circ}$ in Bestimmung der Temperatur handelte, nicht ohne Weiteres verlassen. Demzufolge habe ich die beiden Thermometer nicht bloss wiederholt auf die Lage ihrer Normalpunkte untersucht, sondern auch das Thermometer II nach der von *Neumann* vereinfachten Bessel'schen Methode calibrirt und nachher das Thermometer I von 2 zu 2 Graden mit ihm verglichen.

Calibrirung des Thermometers.

Die Calibrirung von Thermometer G II wurde vom 7. bis 10. August 1865 in der Art ausgeführt, dass man das Thermometer unter ein auf einem horizontalen Schlitten verschiebbares zusammengesetztes Microscop von 10—20maliger Vergrößerung horizontal hinlegte, nachdem man ein Stück des Quecksilberfadens in der Röhre durch plötzliches Umwenden und Aufstossen des Kopfs des Thermometers auf den Tisch abgetrennt hatte. Da der Faden nachher durchweg wieder an derselben Stelle abreisst, so kann man durch Erwärmen oder Abkühlen nachher Quecksilbersäulen von beliebiger Länge abtrennen. Zuerst wurde eine Säule von 50° Länge hergestellt und dieselbe der Reihe nach durch Neigen und Klopfen

am Rohr mit dem untern Ende genau auf die Punkte 0, 2, 4 etc. bis 50° eingestellt und jeweilen der Stand des obern Fadenendes bis auf $\frac{1}{100}^{\circ}$ abgelesen. Ganz dasselbe wurde hierauf mit einem um 2° längern Faden gemacht, hernach mit einem um 4° längern u. s. w., bis man zuletzt einen 98° langen erhielt, den man dann nur noch einmal verschieben konnte, so dass er von 2 bis 100 reichte. In gleicher Weise verfuhr man hierauf mit Faden, die der Reihe nach um 2, 4, 6 etc. Grade kürzer wurden als 50° ; wobei man dann ihr unteres Ende immer zuerst genau auf 50° einstellte und den Stand des oberen Endes ablas, darauf das untere von 2 zu 2° nach und nach gegen 0 hin verschob, bis das obere Ende 50° erreichte; der letzte Faden von 2° Länge wurde wieder bloss einmal verschoben, nämlich vom Intervall 50—52 auf das Intervall 48—50.

Aus diesen 700 Einstellungen und eben so vielen Ablesungen lassen sich nacheinander die zwischen 0 und 2° , zwischen 2 und 4° etc. bis zwischen 48 und 50° enthaltenen Volumina der Röhre jeweilen der Reihe nach 25 Male durch die zwischen 50 und 52° , 52 und 54° etc. bis 98 und 100° enthaltenen Volumina ausdrücken, wobei sich durch Subtraction der Ablesungen der obern Fadenenden gewisse in Zehntel und Hundertstel-Graden ausgedrückte Correctionen ergeben. Denken wir uns nun in die 215 Vertikal-Columnen einer Tafel diese den Vergleichen der oben stehenden Volumina: 0—2, 2—4 etc. mit den vorn an den 25 Horizontalreihen stehenden Volumina: 50—52, 52—54 etc. entsprechenden Correctionen eingetragen, so gestattet uns diese Tafel in sehr einfacher Weise die Volumina der aufeinanderfolgenden Röhrenstücke durch ein gewisses einheitliches Volumen auszudrücken. Summiren wir nämlich die Vertikal-Columnen dieser Tafel und dividiren jeweilen diese Summen durch 25, so erhalten wir offenbar der Reihe nach die Volumina 0—2, 2—4 u. s. w. bis 48—50 der Röhre ausgedrückt durch denselben 25. Theil des Gesamt-Volumens der Röhre von 50 bis 100° mehr oder weniger einer gewissen in Zehntel, Hundertsteln etc. Graden ausgedrückten Correction. Wenn wir hingegen die Horizontalreihen dieser Tafel summiren und die Summen durch 25 dividiren, so erhalten wir vorerst wieder der Reihe nach die Volumina 50—52, 52—54 etc. bis 98—100 der Röhre ausgedrückt durch den 25. Theil des Röhren-Volumens von 0— 50° . Diese Grösse lässt sich aber ebenfalls durch den 25. Theil unsers obigen Röhren-Volumens von 50— 100° ausdrücken, sowie wir nämlich die eben darnach bestimmten Werthe der Volumina 0—2, 2—4 etc. bis 48—50 addiren und durch 25 dividiren. Darnach sind also auch die Volumina 50—52, 52—54 etc. bis 98—100 der Röhre durch denselben 25. Theil des Gesamt-Volumens der Röhre von 50— 100° auszudrücken und somit alle einzelnen aufeinanderfolgenden Röhrenstücke durch dasselbe einheitliche Volumen i. e. den 25. Theil des Gesamt-Volumens von 50— 100° ausgemessen.

In der folgenden Tafel, wo wir dieses einheitliche Volumen durch (2) dargestellt haben, sind die Resultate dieser so erhaltenen Bestimmungen am Thermometer G II aufgeführt.

Thermometer: G II.

Volumen	⁰	Volumen	⁰
0—2 = (2) + 0,0052		50—52 = (2) — 0,0026	
2—4 = (2) + 0,0012		52—54 = (2) — 0,0010	
4—6 = (2) + 0,0004		54—56 = (2) — 0,0010	
6—8 = (2) — 0,0004		56—58 = (2) — 0,0014	
8—10 = (2) — 0,0000		58—60 = (2) — 0,0002	
10—12 = (2) — 0,0016		60—62 = (2) + 0,0006	
12—14 = (2) — 0,0012		62—64 = (2) — 0,0002	
14—16 = (2) — 0,0020		64—66 = (2) — 0,0002	
16—18 = (2) — 0,0048		66—68 = (2) + 0,0006	
18—20 = (2) — 0,0024		68—70 = (2) + 0,0026	
20—22 = (2) — 0,0072		70—72 = (2) + 0,0014	
22—24 = (2) — 0,0116		72—74 = (2) — 0,0014	
24—26 = (2) — 0,0120		74—76 = (2) — 0,0022	
26—28 = (2) — 0,0120		76—78 = (2) — 0,0022	
28—30 = (2) — 0,0076		78—80 = (2) — 0,0014	
30—32 = (2) — 0,0048		80—82 = (2) — 0,0002	
32—34 = (2) + 0,0068		82—84 = (2) + 0,0038	
34—36 = (2) + 0,0096		84—86 = (2) + 0,0046	
36—38 = (2) + 0,0160		86—88 = (2) + 0,0042	
38—40 = (2) + 0,0156		88—90 = (2) + 0,0046	
40—42 = (2) + 0,0132		90—92 = (2) + 0,0014	
42—44 = (2) + 0,0136		92—94 = (2) — 0,0014	
44—46 = (2) + 0,0088		94—96 = (2) — 0,0030	
46—48 = (2) + 0,0052		96—98 = (2) — 0,0042	
48—50 = (2) — 0,0032		98—100 = (2) — 0,0002	

Diese Tafel zeigt ohne Weiteres, mit welch' hoher Vollkommenheit Herr *Geissler* die Theilung dem wechselnden Caliber der Röhre angepasst hat. Die den Intervallen von je zwei Graden der Theilung entsprechenden Röhren-Volumen weichen nämlich im Durchschnitt bloss um $\pm 0,0042^0$ von unserm einheitlichen Volumen ab und die grössten Abweichungen betragen nur: $\pm 0,014^0$, so dass wir also bei diesem Instrumente ohne jede eigene Calibrirung

bis auf $0,01^{\circ}$ relativ richtige Angaben erhalten hätten.¹⁾ Nicht dasselbe gilt leider vom absoluten Werth der Scalentheile resp. der richtigen Bestimmung der Normalpunkte am Thermometer.

Um die an den einzelnen Graden des Thermometers anzubringenden Correctionen mit Hülfe der vorigen Tafel bestimmen zu können, erübrigt uns jetzt noch, den Werth des einheitlichen Volumens (2) in wahren Celsius'schen Graden, sowie die jeweilige Lage des wahren Nullpunktes zu ermitteln. Es geschieht diess durch die Bestimmung der Lage der beiden Normalpunkte i. e. des Schmelzpunktes des Eises und des Siedepunktes des Wassers.

Normalpunktsbestimmung.

Die Ermittlung des der Temperatur des schmelzenden Eises entsprechenden Thermometerstandes geschah in der Art, dass man im Sommer in ein mit feingestossenem Eise, im Winter in ein mit reinem Schnee gefülltes Gefäss im warmen Zimmer das Gefäss des Thermometers und die Röhre bis in die Gegend des Nullpunktes in vertikaler Lage einsenkte, darauf die Röhre noch bis etwa zu 20° herauf mit zusammengebacktem Eise oder Schnee umgab, sodann nach $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ Stunde die Röhre rasch bis zum Nullpunkte herunter wieder frei machte und den Stand des Quecksilbers in derselben ablas. Wenn dann nach Wiederbedeckung der Röhre mit Eis und nach Verfluss einer weitem Viertelstunde eine neue Ablesung dasselbe Resultat ergab, so wurde dies als der wahre Nullpunkt betrachtet. Beim Gebrauch des Schnees im Winter zu dieser Bestimmung ist, wie mir die Erfahrung wiederholt zeigte, grosse Vorsicht nöthig, wenn man nicht zu niedrige Temperaturen erhalten will. Nur wenn der Schnee durch und durch im Schmelzen begriffen ist, kann man sicher sein, die richtige Schmelztemperatur erreicht zu haben. Hie und da wurden auch die Thermometer in einen ganz mit Schnee gefüllten, flachen Blechkasten so eingebettet, dass nur die Stelle, wo der Nullpunkt lag, frei blieb und sodann dieser Kasten in wenig geneigter, nahezu vertikaler Lage (der Lage, welche die Thermometer gewöhnlich bei den Beobachtungen haben) aufgestellt. Es zeigte sich übrigens beim Umlegen in die horizontale Lage hiebei nie ein merklicher Unterschied im Quecksilberstand. Im einen und andern Falle war dafür gesorgt, dass das Schmelzungswasser ablaufen konnte.

Zur Bestimmung des Siedepunktes wurde in üblicher Weise die Cavendish'sche Röhre benutzt. Der Wasserdampf umspülte dabei Gefäss und Röhre des Thermometers bis in die

¹⁾ Die Kleinheit der Correctionen rechtfertigt offenbar vollkommen unser bloss angenähert richtiges Verfahren, wonach wir dieselben unmittelbar als Bruchtheile ein und derselben Einheit, nämlich der Hälfte von (2), angenommen haben.

Nähe des Quecksilberfadenendes und musste dann, ehe er in's Freie entweichen konnte, in einem cylindrischen Mantel die innere Blechröhre aussen nochmals von oben nach unten umlaufen, so dass auch diese vollkommen die Temperatur des siedenden Wassers annahm. Diese Vorsichtsmassregel ist durchaus geboten, wenn man ganz sichere Bestimmungen des Siedepunkts erhalten will. Sowie eine vollkommene Constanz des Thermometerstandes erreicht war, wurde die Ablesung gemacht und unmittelbar darnach auch der eben stattfindende Barometerstand ermittelt. Die Bestimmung des letztern erfolgte entweder an dem im folgenden Paragraphen zu beschreibenden Barometer der Eichstätte oder auch an dem dort ebenfalls zu erwähnenden Normalbarometer des physikalischen Kabinets der Hochschule, je nachdem eben die Normalpunktsbestimmungen am einen oder andern Orte vorgenommen wurden. Diese Instrumente gestatten, wie wir dort sehen werden, den Barometerstand mit einer Genauigkeit von mindestens 0,04 Millim. zu bestimmen, was mehr als hinreichend ist, da einer Aenderung des Luftdruckes um 0,1 Millim. eine solche der Siedetemperatur des Wassers um bloss 0,004° entspricht. Aus dem selbstverständlich auf 0° reducirten Barometerstande lässt sich aber die wahre Siedetemperatur des Wassers am besten der von *Pohl* verbesserten Régnault'schen Tafel über die Spannkkräfte des Wasserdampfes in der Nähe von 100° ¹⁾ entnehmen, wenn man diese so umrechnet, dass sie unmittelbar die den ganzen Millimetern entsprechenden Siedetemperaturen angibt. Stets wurde die Vorsicht beobachtet, den Siedepunkt erst nach Bestimmung des Nullpunktes zu ermitteln.

In der vorstehenden Tafel theilen wir zunächst sämtliche Nullpunktsbestimmungen an den beiden Thermometern I und II mit.

Schmelztemperatur des Eises				
Jahr	Monat	bei G I	bei G II	
1862	August	0,09*	0,13*	
	September	0,04	0,10	
	November	0,05	0,11	
1863	April	0,05*	0,10*	
	Mai	0,09*	0,15*	
	December	0,17*	0,22*	
1864	März	0,13*	0,19*	
	October	0,19	0,25	
1865	März	0,19*	0,25*	

¹⁾ Pohl, Ueber den Gebrauch des Thermo-Hypsometers. Wien. 1858.

1865	25. Juli	0,17*	0,23*
	3. August	0,06*	0,10*
	18. August	0,08	0,13
	22. September	0,09	0,15
1866	März	0,19	0,25
	April	0,19	0,25
1867	Januar	0,23	0,29
	April	0,23	0,29
	December	0,24	0,30

Die mit einem Sternchen bezeichneten Nullpunktsbestimmungen waren von einer unmittelbar darauf folgenden Siedepunktsbestimmung begleitet. Mit Rücksicht hierauf zeigt eine nähere Betrachtung der Tafel, dass zwar wie gewohnt der Nullpunkt im Laufe der Zeit Anfangs rascher, später langsamer heraufgerückt ist und zwar bei beiden Instrumenten ziemlich gleichförmig, dass aber nach jeder Siedepunktsbestimmung eine plötzliche Depression des Nullpunkts, wie diess schon *Ebel* gezeigt hat, erfolgte, die erst nach und nach wieder verschwand. Es ist dies offenbar dem Umstande zuzuschreiben, dass nach der Erwärmung zu der hohen Temperatur von 100° zwar das Quecksilber bei der Abkühlung sofort wieder zum ursprünglichen Volumen zurückkehrt, das Glasgefäss dagegen nur langsam wieder genau die ursprünglichen Dimensionen annimmt. Bei unsern Instrumenten vergingen durchschnittlich mehr als drei Monate, bis das ursprüngliche Volumen auch bei den Gefässen sich wieder hergestellt hatte. In der That sehen wir auch vom 4. August an, wo die letzten Siedepunktsbestimmungen an den Thermometern gemacht wurden, im Gang der Nullpunktsänderungen keinerlei Störung mehr eintreten.

Die folgende Tafel gibt die Resultate der Siedepunktsbestimmungen, wobei, um sie übersichtlicher zu machen, die abgelesenen Siedetemperaturen vermöge der obigen gleichzeitigen Nullpunktsbestimmungen auf Werthe zurückgeführt sind, wie sie an den bezüglichen Instrumenten bei richtiger Stellung des Nullpunkts der Scale erhalten worden wären.

Jahr	Monat	Wahre Siede-Temp.	G I.	Differenz.	G II.	Differenz.
1862	August	98,37 ⁰	98,20 ⁰	+ 0,17 ⁰	97,97 ⁰	+ 0,40 ⁰
1863	April	98,30	98,15	+ 0,15	98,00	+ 0,30
	Mai	98,31	98,14	+ 0,17	97,96	+ 0,35
	December	98,73	98,52	+ 0,21	98,32	+ 0,41

Jahr	Monat	Wahre Siede-Temp.	G I.	Differenz.	G II.	Differenz.
1864	März	97,84	97,65	+ 0,19	97,44	+ 0,40
1865	März	98,16	97,94	+ 0,22	97,75	+ 0,41
	29. Juli	98,40	98,20	+ 0,20	98,00	+ 0,40
	4. August	98,44	98,33	+ 0,11	98,15	+ 0,29

Aus der Betrachtung der Differenzen ergibt sich sofort der störende Einfluss nahe vorhergehender Siedepunktsbestimmungen auch auf diese selbst, während bei den weit auseinanderliegenden Beobachtungen vom Dezember 1863, März 1864, März und Juli 1865 die Differenzen bis auf 0°,01 fast genau übereinstimmen. Wir haben daher bloss diese letzten Daten zur Ermittlung der Correction für den Siedepunkt beim Thermometer G II benutzt. Darnach beträgt dieselbe für den Scalenpunkt 98, wenn der Nullpunkt der Scale genau den Schmelzpunkt des Eises repräsentirte : + 0°,405. Somit entspricht das Volumen der Röhre von 0 bis 98 nicht genau der Ausdehnung für 98° C., sondern für 98°,405. Wir haben daher, wenn wir das Gesamt-Volumen der Röhre von 0 bis 98 durch das einheitliche Volumen (2) nach der frühern Tafel ausdrücken, zur Bestimmung dieser letztern Grösse die Gleichung:

$$(2) \cdot [49 + \frac{1}{2} \cdot 0,0256] = 98°,405 \text{ C.},$$

wo der Faktor $\frac{1}{2}$ bei den Correctionen in der Klammer durch die Reduction auf dieselbe, doppelt so grosse Einheit für 49 nämlich (2) bedingt wird. Hieraus folgt aber:

$$(2) = 2°,0077 \text{ C.}$$

Wegen des kleinen Unterschiedes unsers einheitlichen Volumens (2) von 2° C. ist es offenbar erlaubt, die angegebenen Correctionen in der frühern Tafel als unmittelbar in Bruchtheilen von Celsius'schen Graden ausgedrückt zu betrachten. Wir erhalten also unmittelbar aus jener Tafel den Werth jedes Intervalls von zwei Scalengraden in wahren Celsius'schen Temperatur-Graden, wenn wir vorstehenden Werth von (2) dort überall einsetzen, und durch Summation der so erhaltenen Werthe der einzelnen Intervalle von 0 an finden wir dann endlich die in der folgenden Tafel enthaltenen, jedem Scalentheil entsprechenden wahren Temperaturen in Celsius'schen Graden.

Corrections-Tafel für das Thermometer G II.

Scale.	Wahre Temperatur	Differenz.	Scale.	Wahre Temperatur	Differenz.	Scale.	Wahre Temperatur	Differenz.	Scale.	Wahre Temperatur	Differenz.
0	0,000	1,007	26	26,065	0,997	52	52,224	1,003	78	78,321	1,003
1	1,007	1,006	27	27,062	0,998	53	53,227	1,004	79	79,324	1,003
2	2,013	1,005	28	28,060	1,000	54	54,231	1,004	80	80,327	1,004
3	3,018	1,004	29	29,060	1,001	55	55,235	1,003	81	81,331	1,004
4	4,022	1,004	30	30,061	1,001	56	56,238	1,003	82	82,335	1,005
5	5,026	1,004	31	31,062	1,002	57	57,241	1,003	83	83,340	1,006
6	6,030	1,004	32	32,064	1,006	58	58,244	1,004	84	84,346	1,006
7	7,034	1,004	33	33,070	1,008	59	59,248	1,004	85	85,352	1,007
8	8,038	1,004	34	34,078	1,008	60	60,252	1,004	86	86,359	1,006
9	9,042	1,003	35	35,086	1,009	61	61,256	1,004	87	87,365	1,006
10	10,045	1,003	36	36,095	1,010	62	62,260	1,004	88	88,371	1,006
11	11,048	1,003	37	37,106	1,013	63	63,264	1,004	89	89,377	1,006
12	12,051	1,003	38	38,119	1,012	64	64,268	1,003	90	90,383	1,005
13	13,054	1,004	39	39,131	1,012	65	65,271	1,004	91	91,388	1,004
14	14,058	1,003	40	40,143	1,011	66	66,275	1,004	92	92,392	1,003
15	15,061	1,003	41	41,154	1,010	67	67,279	1,005	93	93,395	1,003
16	16,064	1,002	42	42,164	1,011	68	68,284	1,005	94	94,398	1,003
17	17,066	1,001	43	43,175	1,010	69	69,289	1,005	95	95,401	1,002
18	18,067	1,003	44	44,185	1,009	70	70,294	1,005	96	96,403	1,002
19	19,070	1,002	45	45,194	1,008	71	71,299	1,004	97	97,405	1,002
20	20,072	1,001	46	46,202	1,007	72	72,303	1,004	98	98,407	1,003
21	21,073	1,000	47	47,209	1,006	73	73,307	1,003	99	99,410	1,004
22	22,073	0,998	48	48,215	1,002	74	74,310	1,002	100	100,414	
23	23,071	0,998	49	49,217	1,002	75	75,312	1,003	Die Nullpunktscorrection ist noch besonders anzu- bringen.		
24	24,069	0,998	50	50,219	1,002	76	76,315	1,003			
25	25,067	0,998	51	51,221	1,003	77	77,318	1,003			

Da diese Tabelle unter der Voraussetzung entworfen ist, dass der Nullpunkt der Scale genau der Schmelztemperatur des Eises entspreche, so muss also die dem jeweiligen wahren Nullpunkte der Temperatur entsprechende Correction stets noch besonders angebracht werden. Angenommen z. B. es sei im April 1866 am Thermometer G II eine Temperatur von 16°,48 abgelesen worden, so ist zufolge der vorstehenden Tabelle und den frühern Angaben über

den wahren Nullpunkt zu dieser Zeit die wahre Temperatur : $16^{\circ},48 + 0^{\circ},065 - 0^{\circ},25 = 16^{\circ},29 \text{ C.}$

Die Fehler des Thermometers G I innerhalb der gewöhnlichen Temperatur-Scale wurden durch Vergleichung desselben mit dem vorigen in der Art bestimmt, dass man, beide fest mit einander verbunden, in ein Wasserbad brachte, das aus 3 grossen in einander gestellten Bechergläsern bestand und dessen Temperatur durch Vermischen von Eiswasser und wärmerem Wasser regulirt wurde. Die Thermometer selbst dienten hiebei als Rührer und wurden je-
weilen 3 Male nacheinander abgelesen, wenn die Temperatur constant geworden war. Die Ablesungen am Thermometer G II wurden für sich nach den obigen Berichtigungen corri-
girt und an denjenigen des Thermometers G I die Nullpunkts correction für diese Zeit an-
gebracht, so dass wieder die übrig bleibende Differenz zwischen beiden die für die betreffende
Temperatur anzubringende Correction unter der Voraussetzung repräsentirt, dass der Null-
punkt der Scale genau der Schmelztemperatur des Eises entspreche. Aus Beobachtungen der
Art am 3. und 4. August 1865 und 27. März 1866 ergab sich folgende Tafel:

Corrections-Tafel für das Thermometer G I.

Scale.	Wahre Temperatur.	Differenz.	Scale.	Wahre Temperatur.	Differenz.	Scale.	Wahre Temperatur.	Differenz.
0	0,000	2,018	10	10,070	2,000	20	20,075	2,000
2	2,018	2,019	12	12,070	1,990	22	22,075	2,015
4	4,037	2,022	14	14,060	2,007	24	24,090	1,993
6	6,059	2,009	16	16,067	2,010	26	26,083	2,007
8	8,068	2,002	18	18,077	1,998	28	28,090	2,007
10	10,070		20	20,075		30	30,097	

Auch bei diesem Thermometer ist also die jeweilige Nullpunkts correction noch beson-
ders anzubringen.

Eine absolute Sicherheit in Bestimmung der Temperatur mit diesen Thermometern bis
auf $\pm 0^{\circ},01$ kann nach diesen Erörterungen wohl verbürgt werden.

§ 27. Barometer.

Das Barometer der Eichstätte, das zugleich als Manometer für die Waage mit Eisengehäuse dienen soll, ist ganz entsprechend dem Régnault'schen Barometer und Manometer eingerichtet und von *Hermann* und *Studer* verfertigt. Drei cylindrische Glasröhren von 18 Millimeter innerem Durchmesser sind neben einander an einem Gestelle befestigt; die äusserste auf der einen Seite von circa 900 Millim. Länge ist oben geschlossen und unten, soweit sie in das Quecksilber des Gefässes eintaucht, zu einer feinen Spitze ausgezogen; sie dient als Barometer-Rohr und ist unter Verdünnung der Luft vermittelt der Luftpumpe und schwacher Auskochung des Quecksilbers darin sorgfältig gefüllt worden; die äusserste Röhre auf der andern Seite von gleicher Länge ist als Manometer-Rohr bestimmt, zu dem Ende beiderseits offen und am obern Ende luftdicht mit dem zur Pumpe und dem Waagegehäuse führenden Bleirohre verbunden. Das dritte Rohr zwischen den beiden ist circa zwei Decimeter kürzer, unten geschlossen und halb mit Quecksilber gefüllt, in welches das Gefäss des zur Ermittlung der Quecksilbertemperatur dienenden Thermometers — ein Geissler'sches Einschluss thermometer mit Theilung nach $\frac{1}{5}^{\circ}$ Celsius und mit der Zahl 18,6 bezeichnet — eintaucht. — Das Gefäss mit Quecksilber, in welches die beiden ersten Röhren eintauchen, besteht aus Eisen und ist an den zwei breiten gegenüberstehenden Seiten durch aufgepresste Spiegelglasplatten verschlossen. Die Messung der Barometer- und Manometerhöhe geschieht vermittelt einer Kathetometer-artigen Vorrichtung bestehend aus einem im Querschnitt T-förmigen Messingstabe mit einer Millimeter-Theilung auf Silber, der an dem die Röhren haltenden Gestell vermittelt einer Nuss drehbar aufgehängt und durch eine in ein Körner eingreifende Schraubenspitze unten in seiner Bewegung zu einer solchen um die Längsaxe des Stabes beschränkt wird. An dem Stabe lässt sich in der üblichen Weise eine Hülse mit Vernier, der $\frac{1}{50}$ Millim. angibt, verschieben, welche Hülse ein um eine horizontale Axe drehbares Ablesemikroskop mit Libelle- und Fadenkreuz trägt. Sie ist durch eine Micrometer-Schraube mit einer zweiten, festzuklemmenden Hülse verbunden. Drei Stellschrauben an der Fussplatte des ganzen Instruments gestalten mit Hülfe der erwähnten Libelle die Axe des Stabes und damit auch seine getheilte Fläche vertikal zu orientiren. Bei den Einstellungen auf die Quecksilber-Kuppe in den Röhren und auf die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäss wurde stets darauf gesehen, dass die Libelle am Ablese-Mikroskop genau einstand. Zur sichern Einstellung des Fadenkreuzes auf die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäss ist im Deckel des letztern eine unten in eine Spitze auslaufende Schraube angebracht, die jeweilen mit der Quecksilberoberfläche nahezu zur Berührung gebracht wird. Die

Mitte zwischen der direct gesehenen Spitze und ihrem Spiegelbild im Quecksilber repräsentirt genau die Oberfläche des letztern. Um die Quecksilber-Kuppe in der Röhre deutlich sehen zu können, ist es nothwendig, dass sich dieselbe dunkel auf hellem Hintergrunde zeige; dies wird erreicht, wenn man dahinter einen oben schwarzen, unten weissen Schirm so anbringt, dass die horizontale Trennungslinie zwischen beiden wenig höher steht, als die Quecksilberkuppe. Um sich endlich zu versichern, dass die Scale nicht eine von der Quecksilbertemperatur allzu verschiedene Temperatur habe, um wie üblich bei der Reduction auf 0° beide noch als gleich betrachten zu können, ist an derselben noch ein besonderes kleines Thermometer mit Metallscale angebracht.

Verification des Barometer-Maassstabes. Um zunächst allfällige gröbere Fehler in der Maassstab-Theilung zu erkennen, wurden alle halben Decimeter derselben mit dem Nonius ausgemessen. Die Abweichungen betrugen bloss $\pm 0,02$ Millim. Sodann ermittelte ich den Fehler der ganzen Länge des Maassstabs durch Vergleichung desselben mit dem Normalstabe im Längen-Comparator. Diese Vergleichung ergab, dass am Barometer-Maassstab die Länge von 0 — 800 Millim. gleich sei:

$$0-800 \text{ Millim. Barom.} = 799,9411 \text{ Millim. am Normalstab bei } 14^{\circ},22 \text{ C.}$$

Heissen wir n den linearen Ausdehnungscoefficient des Normalstabs und b denjenigen des Barometerstabs, so ist die wahre Länge des letztern bei 0° gegeben durch:

$$0-800 \text{ Millim. Barom.-Scale bei } 0^{\circ} = 799,9411 \text{ Millim. } [1 - (b - n) \cdot 14,22].$$

Nun ist nach § 21 : $n = 0,000015577$ und für die Grösse b können wir mit hinlänglicher Genauigkeit den gewöhnlichen Ausdehnungscoefficienten des Messings annehmen, also setzen: $b = 0,000018782$. Diese Werthe, oben eingesetzt, geben:

$$\text{Barom.-Scale } 0-800 \text{ bei } 0^{\circ} = 799,905 \text{ wahre Millimeter.}$$

Hieraus aber und aus den obigen Ausmessungen mit dem Nonius ergab sich für die bei den Messungen gewöhnlich benutzte Länge der Scale:

$$\text{Barom.-Scale } 100-800 \text{ bei } 0^{\circ} = 699,89 \text{ Millim.}$$

so dass also bei den Messungen des Barometerstandes von dem an der Scale abgelesenen Stande stets 0,11 Millim. zu subtrahiren sind, um wahre Millimeter zu erhalten.

Prüfung des Barometers auf Reinheit des Quecksilbers, Luft im Vacuum und Einfluss der Capillarität. Da ich das Normalbarometer des physikalischen Kabinetts bereits genau auf diese Fehlerquellen untersucht hatte, so zog ich es vor, den Ge-

sammtbetrag desselben beim Eichstättebarometer durch eine mittelbare Vergleichung mit jenem zu bestimmen.

Das Normalbarometer des physikalischen Kabinets bestand aus einer innen 10 Millimeter weiten Röhre, die sich an ihrem obern Ende zu einem innen 32 Millim. weiten cylindrischen Gefässe von etwa 70 Millim. Länge erweiterte, unten in eine Spitze ausgezogen war und in ein Quecksilber-Gefäss aus Holz mit parallelen Spiegelglaswänden auf zwei gegenüberstehenden Seiten eintauchte, das einen Querschnitt von 50 Millim. ins Quadrat besass. Diese Röhre, bei der ihrer Gefässweite halber an ein eigentliches Auskochen nicht zu denken war, habe ich selbst in folgender Weise mit Quecksilber gefüllt. Dieselbe wurde durch ein kurzes Stück unvulkanisirten Kautschukschlauches und eine umgebogene Glasröhre zunächst mit einer doppelt tabulirten Vorlage, in welcher sich das gut gereinigte und getrocknete Quecksilber befand, verbunden und durch diese dann weiterhin mit einer U-förmigen Trockenröhre (Bimsstein mit concentrirter Schwefelsäure) und mit einer Luftpumpe in Verbindung gesetzt. Nachdem man diesen ganzen Apparat unter gleichzeitiger Erwärmung aller Theile wiederholt evacuirt und jeweilen wieder mit Luft, die die Trockenröhre passiren musste, gefüllt hatte, konnte man sicher sein, die Feuchtigkeit aus dem Innern entfernt zu haben; darauf wurde nochmals soweit, als es die Pumpe gestattete i. e. bis zu einem Drucke von 2 Millimeter evacuirt und zugleich die Röhre und das Quecksilber in der Vorlage erwärmt; das letztere gerieth sehr bald ins Kochen, worauf man es unter Neigung der Vorlage langsam in die Barometerröhre herunterfliessen liess. In der ersten Zeit nach der Anfertigung liess sich keine Luft im Vacuum erkennen, später indessen zeigte sich beim Neigen des Barometers eine kleine Luftblase am obern Ende, deren Einfluss auf den Barometerstand zur Zeit der Vergleichung mit dem Eichstätte-Barometer im August 1865 nach der *Arago'schen* Methode bestimmt wurde. Zu dem Ende konnte man durch Unterschieben von Holzklötzen unter das untere Quecksilbergefass das Niveau des Quecksilbers im obern Gefäss nach Belieben in die Mitte desselben oder in die Nähe seines oberen oder unteren Endes verlegen, also die Spannkraft der Luft in der *Toricelli'schen* Leere vermehren oder vermindern. Heissen wir nun p den wahren Luftdruck, resp. Barometerstand, p_I den wirklich beobachteten, wenn das Quecksilber im obern Gefäss ganz tief steht, und p_{II} denjenigen, wenn es ganz oben steht, endlich v_I das Volumen des Raumes oberhalb des Quecksilbers im erstern und v_{II} dasjenige im letztern Falle, so ist:

$$p = p_I + \frac{p_I - p_{II}}{\frac{v_I}{v_{II}} - 1}$$

Die am 28. Juli bis 2. August 1865 hiernach ausgeführten Messungen, wobei die Temperatur des Quecksilbers wieder an einer besondern mit Quecksilber gefüllten Röhre neben dem Barometer gemessen und die Barometerhöhe mit Hülfe eines vortrefflichen Kathetometers von *Hermann* und *Studer* in Bern mit einer Genauigkeit von $\pm 0,01$ Millim. bekannt wurde, ergeben, dass beim tiefsten Stand des Quecksilbers im obern Gefäss die Correction wegen der Luft im Vacuum im Mittel : $0,021$ Millim. $\pm 0,005$ Millim. sei. — Die Capillarität kann bei erwähnter Weite des Gefässes oben auf den Stand offenbar keinen Einfluss mehr haben und was endlich die Reinheit des Quecksilbers anbelangt, so wurde direkt das specifische Gewicht des Quecksilbers bei diesem Instrumente in der Eichstätte nach der weiter unten zu erwähnenden Methode bestimmt und gleich $13,5956 \pm 0,0001$ bei 0° verglichen mit destillirtem Wasser bei 4° C. gefunden. Nehmen wir die allgemein adoptirte Regnault'sche Zahl : $13,5959$ als richtig an, so ergibt sich wegen des unrichtigen specifischen Gewichts unsers Quecksilbers bei einem mittlern Barometerstand von 715 Millim. für unser Instrument die Correction : $-0,016$ Millim. $\pm 0,005$ Millim. — Bei niedrigstem Stande des Quecksilbers im obern Gefäss betrug also im August 1865 die **Gesammt-Correction** für das Normalbarometer : $+ 0,005$ Millim. $\pm 0,005$ Millim.

Bei diesem tiefsten Stande wurde nun auch das Hülfsinstrument zur Vergleichung mit dem Eichstätte-Barometer, nämlich ein von *Geissler* in Bonn verfertigtes und gefüllt nach Bern mitgebrachtes Heberbarometer — das seither zur Construction eines Normalbarometers auf der Sternwarte verwendet worden ist — nach dem Normalbarometer verificirt. Dieses Heberbarometer ist an den beiden Stellen, wo die Quecksilber-Niveaux hinzuliegen kommen, zu cylindrischen Röhren von 24 Millim. innerem Durchmesser erweitert. Es wurde für die Vergleichung mit dem Normalbarometer neben diesem aufgestellt und sein Stand wie der des letztern mit dem erwähnten Kathetometer gemessen. Sechs vollständige Vergleichungen am 30. Juli, 1. und 2. August 1865 ergaben:

$$\text{Geissler's Barometer} = \text{Normalbarometer} + 0,002 \text{ Millim. } \pm 0,004 \text{ Millim.}$$

Nun hat man aber dem Vorigen zufolge:

$$\text{Normalbarometer} = \text{Wahrer Stand} - 0,005 \text{ Millim.}$$

Dieser Werth eingesetzt, ergibt also:

$$\text{Wahrer Stand} = \text{Geissler's Barometer} + 0,003 \text{ Millim. } \pm 0,005 \text{ Millim.}$$

Es ist somit die **Gesammt-Correction** für das *Geissler'sche* Heberbarometer: $+ 0,003$ Millim. $\pm 0,005$ Millim.

In ganz entsprechender Weise wurden nun in der Eichstätte nach Aufstellung dieses Heberbarometers neben der Barometerröhre des Eichstätte-Barometers mit der Kathetometer-artigen Vorrichtung des letztern ebenfalls eine Reihe gleichzeitiger Ablesungen an beiden gemacht. Aus 24 vollständigen Vergleichen am 12. bis 17. August 1865 folgte im Mittel:

Eichstätte-Barometer = *Geissler's* Barometer — 0,047 Millim. $\pm$ 0,015 Millim.,
also berücksichtigend die Correction von *Geissler's* Barometer:

Wahrer Stand = Eichstätte-Barometer + 0,050 Millim. $\pm$ 0,010 Millim.

Es beträgt folglich für das Eichstätte-Barometer die Gesamt-Correction wegen Luft in der *Toricelli'schen* Leere wegen Capillarität und wegen Unreinheit des Quecksilbers: + 0,050 Millim. $\pm$ 0,010 Millim.

Reduction des Barometers auf 0°. Die Reduction des bei 1° C. abgelesenen Barometerstandes h_t auf 0° geschieht nach der Formel:

$$h_0 = h_t \frac{1 + m t}{1 + q t_t},$$

wo t die Temperatur der Scale, deren linearer Ausdehnungscoefficient m sein soll, und t_t die Temperatur des Quecksilbers, dessen cubischer Ausdehnungscoefficient q sein soll, repräsentiren.

Für die Ausführung dieser Reduction wurden Tafeln verwendet, welche ich seiner Zeit für den Gebrauch auf den Berner meteorol. Stationen hatte berechnen lassen, wobei ich für die Grössen m (Messingscale) und q die Werthe:

$$m = 0,000018782 \qquad q = 0,00018153$$

angenommen hatte, ferner $t = t_t$ voraussetzte. Wir wollen nun zusehen, inwiefern eine nicht genaue Erfüllung dieser letztern Bedingung, sowie eine Unsicherheit der angenommenen Ausdehnungscoefficienten, endlich die Beobachtungsfehler in der Bestimmung von t und t_t auf die Genauigkeit des Endresultates influiren. Zu dem Ende differentiren wir wieder obigen Ausdruck der Reihe nach nach diesen Grössen als Variabeln und finden so:

$$\begin{aligned} d t &= d h_0 \frac{1 + q t_t}{h_t \cdot m}, & d t_t &= - d h_0 \frac{(1 + q t_t)^2}{h_t \cdot q \cdot (1 + m t)}, \\ d m &= d h_0 \frac{1 + q t_t}{h_t \cdot t}, & d q &= - d h_0 \frac{(1 + q t_t)^2}{h_t \cdot t_t \cdot (1 + m t)}. \end{aligned}$$

Setzen wir hier $h_t = 715$ Millim. (mittlerer Barometerstand in der Eichstätte), $t = 15^\circ$ und $t_t = 13^\circ$, für m und q die obigen Werthe und endlich die gewünschte Genauigkeits-

grenze für die Bestimmung von h_0 : $d h_0 = \pm 0,001$ Millim., so ergibt sich für die zu tolerirenden Fehlergrenzen:

$$\begin{aligned} d t &= \pm 0^{\circ},75, & d t_r &= \pm 0^{\circ},077, \\ d m &= \pm 0,00000094, & d q &= \pm 0,00000108. \end{aligned}$$

Der Fehler in der Bestimmung der Temperatur t der Scale darf also $0^{\circ},7$ betragen. Um dieselbe Grösse darf also auch die Temperatur des Scalen-Thermometers von der des Quecksilber-Thermometers, die bei der Reduction als die allein maassgebende betrachtet wurde, abweichen, wenn dadurch das Endresultat um nicht mehr als $0,01$ Millim. afficirt werden soll. Diese Bedingung ist also leicht zu erfüllen.

Die Temperatur t_r des Quecksilbers dagegen soll mit einer 10 Male grössern Genauigkeit bestimmt werden. Zu dem Ende wurde das betreffende Thermometer G. 18. b. mit dem Thermometer G II verglichen und sein Nullpunkt wiederholt verificirt. Die Vergleichung ergab, dass mit einer Genauigkeit von $\pm 0^{\circ},04$ das Thermometer G. 18. b. als genau in Bezug auf Calibrität und Grösse der Grade von 0 bis 22° der Scale betrachtet werden kann, und die Nullpunktsbestimmungen lieferten die Werthe:

Thermometer G. 18. b.	Schmelzpunkt des Eises.
1863. März	$0^{\circ},15$
1867. Juli	$0^{\circ},15$
1867. December	$0^{\circ},20$

Das Scalen-Thermometer erwies sich bei Vergleichen im März 1863 und Juli 1865 für den Intervall von $10-20^{\circ}$ als bis auf $0^{\circ},1$ richtig.

Der für die Ausdehnung des Messing-Maassstabs gewählte Coefficient $0,000018782$ weicht von den höchsten Angaben für die Ausdehnung des Messings, die ich habe finden können, um $0,00000056$, von den kleinsten um $0,00000118$ ab, so dass also die oben angegebene Fehlergrenze: $\pm 0,00000094$ in unserm Falle kaum merklich überschritten werden wird.

Was endlich den *Régnault'schen* Ausdehnungscoefficienten für Quecksilber $0,00018153$ betrifft, so ist dieser jedenfalls, abgesehen von der kürzlich erfolgten Bestätigung durch entsprechende Untersuchungen von *Matthiessen* innerhalb der Grenze von $\pm 0,00000108$ als genau zu betrachten.

Fassen wir Alles zusammen, so darf offenbar auch eine einzelne sorgfältige Bestimmung des Barometerstandes mit dem Eichstätte-Barometer auf eine absolute Sicherheit von $\pm 0,038$ Millim. nach Anbringung der ermittelten Correctionen Anspruch machen, indem

alle einzelnen Fehlerquellen, wie wir gesehen haben, bloss einen viel kleinern Betrag erreichen.

§ 28. Hygrometer.

Zur Ermittlung der Feuchtigkeit der Luft im Waaggehäuse diente einerseits ein in diesem aufgehängtes *Saussure'sches* Haar-Hygrometer, anderseits ein neben dem Waaggehäuse an der Wand befestigtes aber immerhin 30 Centimeter von derselben abstehendes *August'sches* Psychrometer.

Das Psychrometer, in der üblichen Weise eingerichtet, hat zwei fast genau gleiche Einschlussthermometer von *Geissler* in Bonn, die in $\frac{1}{5}^{\circ}$ C. eingetheilt sind und von denen das mit freier Kugel durch die Zahl 56 b und das mit befeuchteter Kugel durch die Zahl 56 a markirt ist.

Aus den Ablesungen am trockenen und feuchten Thermometer t und t' , sowie aus der gleichzeitigen Bestimmung des Barometerstandes h wurde die absolute Feuchtigkeit h' nach der *Régnault'schen* Formel:

$$h' = e' - 0,00080 \cdot h (t - t')$$

berechnet. Die der Temperatur t' des feuchten Thermometers entsprechende Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs e' entnahm man der *Régnault'schen* Tafel für diese Grösse, den Werth des davon abzuziehenden Gliedes besonders, für den Gebrauch auf den schweizerischen meteorologischen Stationen berechneten Tafeln mit doppelten Eingängen für h und die Temperaturdifferenz $(t - t')$.

Die Differentirung der obigen Gleichung nach h , t und t' ergibt, dass man, um h' mit einer Sicherheit von $\pm 0,10$ Millim. zu erhalten, den Barometerstand bloss bis zu ± 25 Millim., die Temperaturen t und t' bis zu $\pm 0^{\circ},12$ genau zu kennen brauche, wenn man nämlich berücksichtigt, dass sich die Grösse e' bei 15° für $0^{\circ},1$ um $0,08$ Millim. verändert.

Um der Temperatur-Angaben bis auf jene Grenze von $\pm 0^{\circ},12$ jedenfalls sicher zu sein, habe ich wieder die Thermometer G 56 a und b mit dem Thermometer G II verglichen und von Zeit zu Zeit den Nullpunkt neu bestimmt.

Diese Untersuchungen ergaben:

Corrections-Tafel

für

Thermometer G. 56. b.			Thermometer G. 56. a.		
Scale.	Wahre Temperatur.	Correction.	Scale.	Wahre Temperatur.	Correction.
0	0,00	0,00	0	0,00	0,00
8	7,98	— 0,02	8	7,84	— 0,16
12	12,00	0,00	12	11,82	— 0,18
14	14,00	0,00	14	13,78	— 0,22
16	15,99	— 0,01	16	15,72	— 0,28
19	19,00	0,00	19	18,75	— 0,25
22	21,96	— 0,04	22	21,73	— 0,27

wo also die Nullpunktscorrection gleich 0 vorausgesetzt wurde, somit in Wirklichkeit jeweilen noch besonders anzubringen ist. Die Nullpunktsbestimmungen ergaben:

Schmelzpunkt des Eises

		Therm. G. 56. b.	Therm. G. 56. a.
1864.	October	0,15	0,00
1865.	März	0,16	0,00
1865.	Juli	0,15	— 0,04
1866.	April	0,20	0,04
1867.	December	0,24	0,06

Wir ersehen hieraus, dass wenigstens beim Thermometer 56 a die Untersuchung auf die Richtigkeit der Grade und die Calibrität durchaus nicht überflüssig war, indem bis zu 16° ein sehr rasches Steigen der Correction bis zu beinahe 0°,3 sich manifestirt.

Das Haar-Hygrometer, von der Werkstätte für physikalische Instrumente in Genf unter Leitung des Herrn *Schwerd* verfertigt und mit Nr. 5 bezeichnet, ist ein vorzügliches Instrument dieser Art. Haarhalter und Zeiger-Axe werden von einem Messingrahmen getragen, das Haar wird durch eine ganz kleine vergoldete Spiralfeder schwach gespannt und der leichte Zeiger weist auf die Grenze zweier Theilungen, von denen die eine wie gewöhnlich zwischen dem Punkt vollständiger Trockenheit und demjenigen vollkommener Sättigung mit Wasserdampf in 100 gleiche Theile getheilt ist, während die andere mit gegen 0 hin an Grösse zunehmenden Theilen unmittelbar zufolge besonderer Voruntersuchungen die relative Feuchtigkeit in Procenten der Sättigung angeben soll. Um zu erfahren, inwiefern man sich hierauf verlassen könne, wurde das Instrument während zwei Monaten auf der

Sternwarte täglich drei Male zugleich mit dem Psychrometer abgelesen. Es ergab sich hieraus, dass dasselbe in der That zwischen den Grenzen 100 und 50 mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,79$ Procent der Sättigung die relative Feuchtigkeit angebe. Eine weitere Vergleichung mit den Angaben des Psychrometers stellte ich selbst im März 1866 in der eidgenössischen Eichstätte an, wo beide nebeneinander an derselben Wand befestigt wurden. Dieselbe ergab im Mittel aus 15 Vergleichungen:

$$\text{Wahre relative Feuchtigkeit} = \text{Haarhygrometer} - 1,5 \pm 0,76 \text{ } \%.$$

Nun ist die absolute Feuchtigkeit h' bei einer Temperatur t , welcher als Maximum der Spannkraft e_t entspricht, gegeben durch:

$$h' = e_t \cdot \frac{r}{100}$$

wenn r die relative Feuchtigkeit nach Procenten der Sättigung repräsentirt. Daraus folgt aber:

$$dh' = e_t \cdot \frac{dr}{100};$$

also wenn wir einmal für dr einsetzen $\pm 0,76$, so kommt für $t = 20^\circ$ und $e_t = 17,39$ Millim.

$$dh' = \pm 0,13 \text{ Millim.};$$

und wenn wir sodann den Fehler $- 1,5$ des Haarhygrometers einführen, so folgt:

$$Dh' = - 0,26 \text{ Millim.}$$

Demnach war der mittlere Fehler, mit welchem aus den Angaben des Haar-Hygrometers die absolute Feuchtigkeit abzuleiten war, $\pm 0,13$ Millim., und um den März 1866 die an der so gefundenen Zahl anzubringende Correction $-0,26$ Millim., während sie früher 0 gewesen war.

Es entspricht also auch diese Fehlergrenze beim Haar-Hygrometer sehr nahe der oben verlangten Genauigkeit. In Wirklichkeit wurde bei den Wägungen zudem immer das Mittel aus den Angaben des Psychrometers und Haarhygrometers genommen.

§ 29. Specifisches Gewicht und Ausdehnung des Mutter-Platinkilogramms.

In § 6 des ersten Abschnitts haben wir bereits für das specifische Gewicht des Mutter-Platina-Kilogramms bei 0° bezogen auf reines Wasser im Maximum seiner Dichtigkeit die Zahl:

$$S_{0,p} = 20,5478 \pm 0,0056$$

gefunden. Dieselbe wurde aus dem absoluten Gewichte dieses Kilogramms und seinem Volumen bei 0° berechnet und stützt sich daher allerdings auf die Voraussetzung, dass das Archiv-Kilogramm in Paris wirklich genau das absolute Gewicht von 1 Cubic-Decimeter destillirten Wassers bei 4° C. repräsentire.

Kupffer hat am Schlusse seines umfangreichen und vortrefflichen Werkes: »Travaux de la commission pour fixer les mesures et les poids de l'Empire de Russie« die in verschiedenen Ländern ausgeführten Bestimmungen des Gewichtes eines bestimmten Volumens reinen Wassers verglichen. Reduciren wir seine Angaben auf das Gewicht von 1 Cubic-Decimeter destillirten Wassers bei 4° C., so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Land.	B e o b a c h t e r.	Gewicht von 1 Cubic-Decimeter dest. Wassers bei 4° Celsius.
Frankreich	Lefèvre-Gerieau	1000000 Milligr.
England	Shuckburgh und Kater	1000480 »
Schweden	Berzelius, Svanberg und Akermann	1000296 »
Oesterreich	Stampfer	999653 »
Russland	Kupffer	999989 »
	Mittel	1000084 Milligr.

Es wäre also hiernach, wenn wir allen vorhandenen Bestimmungen gleichen Werth beilegen, das Gewicht von 1 Cubic-Decimeter reinen Wassers um 84 Milligramme schwerer als das Kilogramm der Archive zu Paris. Auf unser obiges Resultat für das specifische Gewicht unsers Platinkilogramms hat dies zwar, wie man leicht sieht, innerhalb der angegebenen Fehlergrenze desselben keinerlei Einfluss; indessen erscheint es uns doch an und für sich wünschenswerth, dass vermittelt der neuen Hülfsmittel der Technik und Wissenschaft diese wichtige Grösse neu und sicherer bestimmt werde.

Da also der Fehler unsers obigen Resultats jedenfalls kleiner ist als die tolerirte Fehlergrenze $\pm 0,00696$ für das specifische Gewicht des Platinkilogramms, so erschien es — abgesehen von der Misslichkeit einer derartigen Operation bei der angegebenen eigenthümlichen Construction dieses Gewichts — überflüssig, dasselbe noch direct durch hydrostatische Wägung zu bestimmen.

Als cubischen Ausdehnungskoefficienten des Platins dieses Kilogramms haben wir schon in § 6 den Werth:

$$m_g = 0,00002580$$

nach *Borda* angenommen. Diese Zahl weicht von der höchsten mir bekannten Angabe für die Ausdehnung des Platins um $-0,00000395$ und von der kleinsten um $+0,00000333$ ab, welche Abweichungen sich weit innerhalb der für diese Ausdehnung nach § 23 zu tolerirenden Fehlergrenze halten.

§ 30. Specifisches Gewicht und Ausdehnung der Bergkrystall-Gewichte.

Herr *C. A. von Steinheil* hat in der oben erwähnten Arbeit das specifische Gewicht und die Ausdehnung seines Bergkrystall-Kilogramms sehr genau bestimmt, indem er dasselbe wiederholt in Luft und in reinem Wasser von verschiedenen Temperaturen abwog. Er fand so für das specifische Gewicht seines Bergkrystalls bei 0° : $2,650962 \pm 0,0000034$ und für den linearen Ausdehnungskoefficienten desselben für 1° C. : $0,00001085 \pm 0,00000027$. Ich beabsichtigte anfänglich, diese beiden Grössen für unsere Bergkrystallgewichte in ähnlicher Weise zu bestimmen. Da ich indessen im Laufe meiner Untersuchungen im Sommer zu dieser Arbeit gelangte, so musste ich zur Erzielung einer zweiten niedrigeren Temperatur des Wassers zur künstlichen Abkühlung desselben meine Zuflucht nehmen. Obschon ich nun bei einem Probeversuche dieser Art mit einem Messing-Kilogramm die Vorsicht gebrauchte, das Wassergefäss bei der Waage für 5 Kilogramm Maximalbelastung in dem untern Gehäuse, also getrennt von dem Raume, in welchem sich die Waage selbst befand, aufzustellen und ferner das Glasgefäss mit dem destillirten Wasser noch mit einem grössern, ebenfalls mit Wasser gefüllten Zinkblechgefäss zu umgeben, gelang es mir doch nicht, befriedigende Resultate zu erzielen, was ich hauptsächlich einer zu geringen Constanz und Gleichförmigkeit der niedrigeren Temperatur des Wassers zuschrieb. Ich beschloss daher, auf die Bestimmung der Ausdehnung vor der Hand zu verzichten und den von Herrn *Steinheil* ermittelten Werth hiefür zu adoptiren, der wohl innerhalb der in § 23 verlangten weiten Genauigkeitsgrenze: $\pm 0,000003$ auch für unsern Bergkrystall gültig ist.

Es ist also im Folgenden der cubische Ausdehnungskoefficient des Bergkrystalls für 1° C. :

$$m_p = 0,00003255$$

nach *Steinheil* angenommen worden.

Das specifische Gewicht dagegen unserer Bergkrystall-Gewichte, für welches eine Genauigkeit von $\pm 0,00012$ verlangt worden ist, musste jedenfalls neu bestimmt werden einmal, weil vielleicht das specifische Gewicht verschiedener Bergkrystall-Sorten innerhalb dieser Grenze variiren kann, und sodann hauptsächlich auch desshalb, weil unsere Gewichte aus ganz fehlerfreiem vollkommen klarem Bergkrystall angefertigt sind, während dasjenige von *Steinheil* zufolge seiner Beschreibung nicht bloss im Innern kleine Wölkchen und Schillerflächen zeigt, sondern auch in Folge kleiner Risse und Spalten an einer Stelle seiner Oberfläche einen circa 0,4 Millim. tiefen Fehler besitzt. Die Methode, nach welcher ich das specifische Gewicht der Gewichtsstücke in der Eichstätte überhaupt und so auch dasjenige der Bergkrystallpfunde bestimmt habe, ist im folgenden Paragraphen ausführlich erörtert. Unter Benutzung des obigen Ausdehnungscoefficienten erhielt man für das specifische Gewicht der 3 Quarzpfunde bei 0° die Werthe:

1865	{	30. August	Urfund	2,65063
		16. August	1. Copie	2,65058
				2,65062
		15. August	2. Copie	2,65063
				2,65065

Diese 5 Resultate stimmen bis auf einige Einheiten in der letzten Decimale so genau überein, dass wir vollkommen berechtigt sind, die Differenzen dem blossen Einfluss der Beobachtungsfehler zuzuschreiben und das Mittel aus denselben als gemeinsames specifisches Gewicht aller drei Bergkrystallgewichte zu betrachten. Es ist somit ohne Unterschied das specifische Gewicht unserer drei Bergkrystallpfunde bei 0° bezogen auf reines Wasser bei 4° C.:

$$2,65062 \pm 0,000017.$$

Die Beobachtung gibt, wie wir sehen werden, unmittelbar nur das specifische Gewicht des betreffenden Körpers bei der eben stattfindenden Temperatur, welche in unserm Falle bei den obigen 5 Bestimmungen durchschnittlich 18°,9 war. Vor dieser Temperatur wurden dann die specifischen Gewichte vermittelst des angenommenen Ausdehnungscoefficienten 0,00003255 auf 0° reducirt und so obige Werthe erhalten. Da nun bei den spätern Vergleichen Temperaturen stattfanden, welche sich nur um wenige Grade von 18°,9 entfernten, so hat offenbar eine Unsicherheit in der Kenntniss der Ausdehnung nur einen ganz zu vernachlässigenden Einfluss auf das Endresultat der Vergleichen.

§ 31. Bestimmung des specifischen Gewichts.

Sämmtliche Bestimmungen von specifischen Gewichten in der Eichstätte wurden durch hydrostatische Wägung d. h. durch Abwägung des Körpers in der Luft und im Wasser gemacht. Es ist diese Methode unstreitig die genaueste unter allen. Die Beobachtungen geschahen in folgender Weise.

Zuerst wurde der Körper (Gewichtsstück), dessen specifisches Gewicht bestimmt werden sollte, für sich allein auf die eine Waagschale gestellt und durch Gewichte aus einem der Gewichtssätze, die man auf die andere Waagschale legte, in's Gleichgewicht gebracht, worauf man Temperatur, Barometerstand und Feuchtigkeit der Luft ermittelte. Sodann hieng man den Körper mittelst eines Platindrahtes an der Waagschale auf, liess ihn von da in ein Glas mit destillirtem Wasser herabhängen, durch dessen Deckel der Draht frei hindurchging und stellte das gestörte Gleichgewicht durch Auflegen kleinerer Gewichte auf die andere Waagschale wieder her, worauf man wieder ausser den obigen Grössen auch noch die Temperatur des Wassers mittelst eines besondern, in dasselbe bis zur Höhe des Gewichtes eintauchenden sehr empfindlichen Thermometers von *Geissler* (G. III.) bestimmte. Schliesslich wurde noch der Aufhängedraht für sich allein, während er gleich tief wie vorher in das Wasser eintauchte, abgewogen. Denken wir uns das Resultat dieser letzten Wägung von dem der zweiten jeweilen abgezogen, so entsprechen der ersten Wägung und der Differenz der beiden letztern gemäss § 23 die zwei Gleichungen:

$$P \left(1 - \frac{l_t}{S_{p,t}} \right) = k \cdot G \left(1 - \frac{l_t}{S_{g,t}} \right),$$

$$P \left(1 - \frac{w_{t'}}{S_{p,t'}} \right) = k \cdot G' \left(1 - \frac{l_t}{S_{g,t}} \right),$$

wo P das absolute Gewicht unsers Körpers und $S_{p,t}$ sein specifisches Gewicht bei $t^\circ \text{C.}$, G das absolute Gewicht der Gewichtsstücke auf der andern Waagschale bei der ersten Wägung und G' die Differenz desselben bei der zweiten und dritten Wägung, $S_{g,t}$ das specifische Gewicht der Gewichtsstücke bei t° , sodann l_t das specifische Gewicht der Luft bei t° und $w_{t'}$ das specifische Gewicht des destillirten Wassers bei seiner Temperatur t'° , dasjenige bei 4°C. wie gewohnt, als Einheit angenommen, endlich k einen die Ungleichnamigkeit der Waage repräsentirenden Factor darstellen. Dividiren wir beide Gleichungen durch einander, so fällt diese unbekannte Grösse k , die wir nur während der Dauer der 3 Wägungen als constant voraussetzen, zugleich mit der Unbekannten P heraus und wir erhalten:

$$\frac{1 - \frac{l_t}{S_{p,t}}}{1 - \frac{w_{t'}}{S_{p,t'}}} = \frac{G}{G'},$$

wo also auch die Reduction der Gewichtsstücke auf den leeren Raum weggefallen ist. Es setzt diess allerdings streng genommen voraus, dass Temperatur, Feuchtigkeit und Druck der Luft während der Dauer der Wägungen unverändert bleiben und ebenso das specifische Gewicht der verschiedenen, angewendeten Gewichtsstücke genau dasselbe sei; allein wenn auch, wie dies in Wirklichkeit durchweg der Fall sein wird, diese Bedingungen nur sehr ungenau erfüllt sind, werden wir doch, wie wir weiter unten noch näher begründen werden, für die beiderlei Gewichte diese Reduction auf den leeren Raum als identisch betrachten können.

Die vorstehende Gleichung lässt sich auch folgendermassen schreiben:

$$1 - \frac{l_t}{S_{p,t}} = \frac{G}{G'} - \frac{G}{G'} \cdot \frac{S_{p,t} w_{t'}}{S_{p,t'} S_{p,t}},$$

und daraus finden wir für die gesuchte Grösse $S_{p,t}$, das specifische Gewicht des Körpers bei t° bezogen auf Wasser bei 4° C. den Werth:

$$I. \quad S_{p,t} = \frac{w_{t'} \cdot \frac{S_{p,t}}{S_{p,t'}} \cdot \frac{G}{G'} - l_t}{\frac{G}{G'} - 1}$$

Ist, wie in unserm vorliegenden Falle bei den Bergkrystallgewichten der cubische Ausdehnungscoefficient m_p des Körpers P bekannt, so hat man, wenn $S_{p,0}$ das specifische Gewicht desselben bei 0° vorstellt:

$$S_{p,t} = \frac{S_{p,0}}{1 + m_p t},$$

so dass die vorstehende Gleichung I übergeht in:

$$I'. \quad S_{p,0} = \frac{\frac{G}{G'} \cdot w_{t'} (1 + m_p t') - l_t (1 + m_p t)}{\frac{G}{G'} - 1},$$

woraus also sofort das specifische Gewicht unsers Körpers bei 0° bezogen auf Wasser im Maximum seiner Dichtigkeit berechnet werden kann. Ist dagegen m_p gar nicht oder nur ungenau bekannt, so sucht man zur möglichsten Elimination desselben auf der rechten Seite

der Gleichung I, wo es in dem Verhältniss $\frac{S_{p,t}}{S_{p,t'}}$ steckt, die Temperatur des Wassers t' sehr nahe an diejenige der Luft t heranzubringen, so dass eben die Grösse $\frac{S_{p,t}}{S_{p,t'}}$ nahezu gleich 1 wird; oder wir stellen eine zweite ganz entsprechende Beobachtungsreihe für eine von t' möglichst verschiedene Wassertemperatur an, aus der wir einen zweiten der Gleichung I' ganz entsprechenden Ausdruck für $S_{p,o}$ ableiten. Durch Division dieser beiden Gleichungen wird dann zuerst die Unbekannte $S_{p,o}$ eliminirt, worauf wir rechter Hand bloss m_p als unbekannte und somit zu berechnende Grösse übrig behalten.

Um zu erfahren, wie genau wir wieder alle die einzelnen Grössen in der Gleichung I' mindestens bestimmen müssen, um eine gewisse Fehlergrenze $d S_{p,o}$ des Endresultates nicht zu überschreiten, differentiren wir dieselbe der Reihe nach den verschiedenen Variabeln. Setzen wir dabei der Kürze halber: $\frac{G}{G'} = K$, so finden wir so für die zu tolerirenden Fehler die Werthe:

$$d l_t = - d S_{p,o} \cdot \frac{K - 1}{1 + m_p t}$$

$$d w_{t'} = d S_{p,o} \cdot \frac{K - 1}{K (1 + m_p t')}$$

$$d m_p = d S_{p,o} \cdot \frac{K - 1}{K w_{t'} \cdot t' - t \cdot l_t}$$

$$d K = d S_{p,o} \cdot \frac{(K - 1)^2}{l_t (1 + m_p t) - w_{t'} (1 + m_p t')}$$

Wir haben hiebei unterlassen, die Fehler für t und t' ebenfalls direct zu ermitteln, da die genauern Bestimmungen hiefür durch die Werthe von $d l_t$ und $d w_{t'}$ gegeben sind, wie wir gleich sehen werden. Es ist nämlich zufolge § 23:

$$l_t = A \frac{h - B h'}{1 + \alpha t};$$

also:

$$d h = d l_t \frac{1 + \alpha t}{A},$$

$$d h' = - d l_t \frac{1 + \alpha t}{A \cdot B},$$

$$d t = - d l_t \frac{(1 + \alpha t)^2}{A \cdot (h - B h') \alpha},$$

wo: $A = \frac{0,001292762}{760}, \quad B = 0,37792,$
 $\alpha = 0,003665.$

Der Fehler $d w_t$ repräsentirt nicht bloss den absoluten Fehler in der Bestimmung des specifischen Gewichts des Wassers, sondern auch den aus einer ungenauen Ermittlung der Temperatur t' hervorgehenden. In der Gegend von 17°C. hat man aber:

$$d t' = d w_t \cdot 5797.$$

Endlich ist:

$$K = \frac{G}{G'},$$

also:

$$d G = d K \cdot G',$$

$$d G' = - d K \cdot \frac{G'^2}{G}.$$

Nach diesen Formeln habe ich für die drei Haupt-Classen von Bestimmungen des specifischen Gewichts, die ich bis dahin in der Eichstätte angeführt habe, nämlich für die Bergkrystallgewichte, für die nahe specifisch gleich schweren Messing- und Argentan-Gewichte, sowie endlich für Quecksilber die einzelnen zu tolerirenden Fehler unter den Annahmen berechnet, dass:

$$t = t' = 17^\circ, \quad h = 715 \text{ Millim.}, \quad h' = 6 \text{ Millim.}, \quad w_t = 0,998268.$$

sei und dass das specifische Gewicht des Körpers bis auf eine Einheit in der 4. Decimale genau bestimmt werden solle, also:

$$d S_{p,0} = \pm 0,0001$$

sei. Die nachstehende Tafel enthält die Resultate dieser Rechnung.

	Bergkrystall.	Messing.	Quecksilber.
G	500000 ^{mgr}	500000 ^{mgr}	500000 ^{mgr}
G'	312000 ^{mgr}	438000 ^{mgr}	464000 ^{mgr}
m _p	0,00003255	0,000056346	0,00018153
d w _t	± 0,0000375	± 0,0000123	± 0,0000073
d t'	± 0°,22	± 0°,071	± 0°,042
d G	± 11,2 ^{mgr}	± 0,86 ^{mgr}	± 0,29 ^{mgr}
d G'	± 7,0 ^{mgr}	± 0,76 ^{mgr}	± 0,27 ^{mgr}
d m _p	± 0,00000221	± 0,00000724	± 0,000000435
d t	± 14°	± 3°,6	± 2°,0
d h	± 34 ^{mm}	± 8°,7 ^{mm}	± 4,6 ^{mm}
d h'	± 85 ^{mm}	± 23 ^{mm}	± 11 ^{mm}

Aus dieser Tafel ersehen wir, dass es zwar bei den Bergkrystall-Gewichten sehr leicht ist, bei den einzelnen Beobachtungen die zu tolerirenden Fehlergrenzen einzuhalten, um die in § 23 verlangte Genauigkeit in der Bestimmung des specifischen Gewichtes zu erzielen, dass es aber, wenn das specifische Gewicht des Quecksilbers mit derselben Genauigkeit bestimmt werden soll, schon der äussersten Umsicht in der Ermittlung der einzelnen concurrirenden Grössen bedarf. Es ist insbesondere ein hoher Grad von Genauigkeit in der Kenntniss der Ausdehnung des Wassers und der Ermittlung seiner Temperatur bei den Beobachtungen nothwendig.

Was zunächst die Ausdehnung des Wassers betrifft, so hat *Miller* in der Beschreibung der Arbeiten zur Erstellung des neuen englischen Urfundes ¹⁾ die ältern Beobachtungen hierüber sehr sorgfältig zusammengestellt, discutirt und schliesslich eine Formel zur Berechnung des Wasser-Volumens für eine beliebige Temperatur aufgestellt, deren Resultate sich sehr genau dem Mittel aus den verbesserten Angaben von *Despretz*, *Pierre* und *Kopp* anschliessen. In der folgenden Tafel sind die nach dieser Formel berechneten Wasser-Volumina, dasjenige beim Maximum der Dichtigkeit i. e. bei 3,94° C. als 1 angenommen, zusammengestellt mit dem Mittel der beiden neuern sehr sorgfältigen Bestimmungen der Ausdehnung des Wassers von *G. Hagen* ²⁾ und *Matthiessen*. ³⁾

Temperatur. Volumen des destillirten Wassers			
Celsius.	nach Miller's Formel	nach Hagen & Matthiessen	Differenz.
4°	1,000000	1,000000	0,000000
5	1,000008	1,000008	0,000000
6	1,000031	1,000030	0,000001
7	1,000069	1,000069	0,000000
8	1,000121	1,000122	0,000001
9	1,000186	1,000189	0,000003
10	1,000265	1,000270	0,000005
11	1,000357	1,000364	0,000007
12	1,000460	1,000471	0,000011
13	1,000581	1,000592	0,000011

¹⁾ Philosophical Transaction f. 1856. Part 3. p. 791.

²⁾ Abhandlungen der Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1855.

³⁾ Poggendorff's Annalen Bd. 128 S. 512.

Temperatur.		Volumen des destillirten Wassers		
Celsius.		nach Miller's Formel	nach Hagen & Matthiessen	Differenz.
14		1,000712	1,000725	0,000013
15		1,000854	1,000870	0,000016
16		1,001009	1,001027	0,000018
17		1,001175	1,001195	0,000020
18		1,001352	1,001375	0,000023
19		1,001540	1,001566	0,000026
20		1,001739	1,001767	0,000028
21		1,001948	1,001978	0,000030
22		1,002167	1,002200	0,000033
23		1,002396	1,002431	0,000035
24		1,002634	1,002671	0,000037
25		1,002882	1,002921	0,000039

Nehmen wir die Differenzen in der letzten Columne als Maasstab für die noch bestehende Unsicherheit in der Kenntniss der Ausdehnung des Wassers an, so ergibt sich, dass für die Bestimmung des specifischen Gewichts des Bergkrystalls die Genauigkeit unserer gegenwärtigen Kenntniss derselben vollkommen genügt, dass dagegen der bei Messing und Quecksilber zu tolerirende Fehler bereits überschritten wird, also, soweit die Bestimmung der specifischen Gewichte der letztern Substanzen hievon abhängt, die vierte Decimale nicht mehr bis auf eine Einheit verbürgt werden kann.

Bei unsern Berechnungen haben wir uns der nachfolgenden, aus der *Miller'schen* in der erwähnten Arbeit abgeleiteten Tafel für die Briggischen Logarithmen des specifischen Gewichts des Wassers w_t bei $t^\circ \text{C.}$, dasjenige des Wassers bei 4°C. als Einheit angenommen, bedient.

t'^0	Log w_t	Differenz.	t'^0	Log w_t	Differenz.	t'^0	Log w_t	Differenz.
4,0	0,0000000	2	10,0	$\bar{9},9998848$	76	16,0	$\bar{9},9995622$	140
2	$\bar{9},9999998$	5	2	8772	78	2	5482	142
4	9993	7	4	8694	80	4	5340	144
6	9986	10	6	8614	82	6	5196	146
8	9976	12	8	8532	85	8	5050	148
5,0	9964	15	11,0	8447	87	17,0	4902	150
2	9949	18	2	8360	89	2	4752	152
4	9931	20	4	8271	92	4	4600	154
6	9911	22	6	8179	94	6	4446	155
8	$\bar{9},9999889$	25	8	$\bar{9},9998085$	96	8	$\bar{9},9994291$	158
6,0	$\bar{9},9999864$	28	12,0	$\bar{9},9997989$	98	18,0	$\bar{9},9994133$	159
2	9836	30	2	7891	100	2	3974	161
4	9806	33	4	7791	103	4	3813	164
6	9773	35	6	7688	104	6	3649	165
8	9738	37	8	7584	107	8	3484	166
7,0	9701	40	13,0	7477	109	19,0	3318	169
2	9661	42	2	7368	111	2	3149	171
4	9619	45	4	7257	114	4	2978	172
6	9574	48	6	7143	115	6	2806	174
8	$\bar{9},9999526$	50	8	$\bar{9},9997028$	117	8	$\bar{9},9992632$	176
8,0	$\bar{9},9999476$	52	14,0	$\bar{9},9996911$	120	20,0	$\bar{9},9992456$	178
2	9424	54	2	6791	122	2	2278	180
4	9370	57	4	6669	124	4	2098	181
6	9313	60	6	6545	125	6	1917	183
8	9253	61	8	6420	128	8	1734	185
9,0	9192	64	15,0	6292	130	21,0	1549	186
2	9128	67	2	6162	132	2	1363	189
4	9061	68	4	6030	134	4	1174	190
6	8993	72	6	5896	136	6	0984	191
8	$\bar{9},9998921$	73	8	$\bar{9},9995760$	138	8	$\bar{9},9990793$	193
10,0	$\bar{9},9998848$		16,0	$\bar{9},9995622$		22,0	$\bar{9},9990600$	

Das ebenfalls von *Geissler* in Bonn verfertigte, mit G III bezeichnete Thermometer, das zur Bestimmung der Wassertemperatur diente, ist auch ein Einschluss-Thermometer und direct in $\frac{1}{10}^{\circ}$ C. eingetheilt, so dass $\frac{1}{100}^{\circ}$ C. bequem zu schätzen ist. Dasselbe hat ein sehr kleines Gefäss und nimmt daher sehr rasch die Temperatur der Umgebung an.

Die Nullpunktsbestimmungen an demselben zu verschiedenen Zeiten haben ergeben:

Thermometer G III. Schmelzpunkt des Eises.

1864.	October	0,07
1865.	März	0,07
	Juli	0,06
1866.	April	0,07
1867.	December	0,10

Aus der Vergleichung mit dem Thermometer G II ergab sich sodann, wenn wir wieder die Nullpunkts-Correction gleich 0 voraussetzen:

Corrections-Tafel für Thermometer G III.

Scale.	Wahre Temperatur.	Correction.
0	0,00	0,00
5	5,00	0,00
10	9,99	— 0,01
15	14,98	— 0,02
20	19,98	— 0,02
25	24,97	— 0,03

Für die Aufhängung der Bergkrystall-Pfunde, sowie des vergoldeten, cylindrischen Messingkilogramms von *Steinheil* am Hacken der Waagschale wurde ein passender Korb aus Platindraht verwendet; die gewöhnlichen Gewichte mit Knöpfen liessen sich leicht vermittelt einer Schlinge an einem einfachen Platindrahte aufhängen. Bei der Bestimmung endlich des specifischen Gewichts des Quecksilbers bediente ich mich einer ebenfalls mit einem Platindraht an dem Waagschalen-Hacken aufzuhängenden Glasschale, die zuerst leer in der Luft, darauf unter Vermeidung von etwa anhängenden Luftblasen mit Quecksilber gefüllt, ebenfalls vorerst in der Luft, sodann im Wasser, endlich noch nach Ausschütten des Quecksilbers in das Wassergefäss leer im Wasser gewogen wurde.

Die Resultate der bezüglichen Messungen bei den Bergkrystall-Pfunden und beim Quecksilber vom Normalbarometer des physikalischen Cabinets haben wir in den vorigen Paragraphen bereits mitgetheilt, beschränken uns daher hier auf die Aufführung der bei den

Argentan- und Messing-Gewichten der Eichstätte gemachten Bestimmungen des specifischen Gewichts. Als cubischer Ausdehnungscoefficient für 1° C. wurde hiebei stets die Zahl 0,000056346 verwendet. Die Bedeutung der der Kürze halber im Folgenden gebrauchten Zeichen für die Gewichte ist aus § 25 ersichtlich.

Gewichtstück	Absolutes Gewicht im leeren Raum	Specifisches Gewicht bei 0°
K_s	999992,23 ^{mgr}	8,14454 (<i>Steinheil</i>)
		8,14383 (<i>Wild</i>)
	Mittel . .	8,14418
K_m	1000001,98 ^{mgr}	8,04868
		8,04878
	Mittel: . .	8,04873
K_a	1000001,20 ^{mgr}	8,04463
$\frac{1}{2}K_m$	500000,85	8,38487
$\frac{1}{2}K_a$	500000,66	8,31671

Zufolge den in Berlin ausgeführten Bestimmungen ist endlich das specifische Gewicht bei 0° von dem unvergoldeten Argentan-Kilogramm K_b : 8,11915.

§ 32. Verification des Urfundes und seiner beiden Copieen.

Die Wägungen nach der in § 23 angegebenen Methode wurden auf der Kilogramm-Waage mit Glasgehäuse und Reiter-Verschiebung ausgeführt. Zuerst wurde jeweilen das im Folgenden mit K_p bezeichnete Mutterkilogramm von Platin mit den beiden Copieen des Urfundes verglichen, wobei das Argentan-Kilogramm K_b als constante Tara diente, und sodann verglich man die drei Bergkrystallpfunde: $\frac{1}{2}K_q^I$ (Urfund), $\frac{1}{2}K_q^{II}$ (1. Copie des Urfundes) und $\frac{1}{2}K_q^{III}$ (2. Copie des Urfundes) untereinander, indem man dabei ein vergoldetes Messingfund als constante Tara benutzte.

Zur Ausgleichung der Gewichte auf der Waagschale dienten bis zu 1 Centigramm herunter die kleinen Bergkrystall-Gewichte von *Steinheil*, von da an der Centigramm-Reiter aus versilbertem Kupferdraht. Bruchtheile von Milligrammen maass man häufig bloss durch die Ausschläge des Zeigers, zu welchem Ende für jede Wägungsserie jeweilen der einem Uebergewicht von 0,5 Milligramm entsprechende Ausschlag bestimmt wurde.

Sämmtliche Gewichte wurden immer schon einen Tag vor Beginn der Wägungen zur Ausgleichung der Temperatur in das Waaggehäuse gebracht.

Zu bemerken ist endlich noch, dass in der nachfolgenden Aufführung der Beobachtungen die in den vorigen Paragraphen ermittelten Correctionen für die unmittelbaren Angaben der Hülfsinstrumente bereits angebracht sind, nur bei den Gewichten sind dieselben vor der Hand noch weggelassen.

Erste Serie von Beobachtungen.

Beobachter: *Wild.*

Die Quarzgewichte sind ungefähr 14 Tage vor diesen Wägungen bei der Bestimmung des specifischen Gewichts derselben gleichsam abgewaschen und sodann unter der Luftpumpe über concentrirter Schwefelsäure getrocknet worden. Unmittelbar vor der Wägung wurden sie, sowie das Platinkilogramm, bloss mit einem Pinsel abgewischt.

1865. September.	Constante Tara gleich:	Barometerstand bei 0°:	Absolute Feuchtigkeit:	Temperatur nach Celsius:
13. Nachm.	$K_p + 4,82$ ^{mgr} Reiter	721,02 ^{mm}	11,5 ^{mm}	20,66 [°]
	$K_q + 4,02$			20,62
	$K_p + 4,45$	721,11	11,5	20,66
	$K_q + 3,80$			20,64
	$K_p + 4,32$	721,10	11,5	20,62
14. Nachm.	$K_p + 4,40$	721,54	11,8	20,28
	$K_q + 4,65$			
	$K_p + 4,32$	721,29	11,8	20,31
	$K_q + 4,40$			
	$K_p + 4,30$	721,07	11,9	20,31
	$K_q + 4,35$			
21. Vorm.	$K_p + 4,40$	721,38	12,0	20,31
	$K_p + 4,73$	718,84	11,2	19,00
	$K_q + 4,61$			
	$K_p + 4,89$	718,63	11,4	19,11
	$K_q + 4,37$		11,5	19,36
	$K_p + 4,83$	718,30	11,7	19,52

1865.	Constante Tara	Barometerstand	Absolute	Temperatur
September.	gleich:	bei 0°:	Feuchtigkeit:	nach Celsius:
21.	$K_p + 4,76$	717,00 ^{mm}	11,7 ^{mm}	19,67°
Nachm.	$K_q + 3,36$			
	$K_p + 4,84$	716,94	11,7	19,69

wo wir überall der Kürze halber:

$$\frac{1}{2} K_q^I + \frac{1}{2} K_q^{II} + 750 \text{ Milligr. Quarzgewichte} = K_q$$

gesetzt haben.

1865.	Constante Tara gleich:
September	$\frac{1}{2} K_q^I + 60^{\text{mgr}} - 0,3^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 60 + 30^{\text{mgr}} \text{ Quarz} + 2,2^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^I + 60 - 0,4$ $\frac{1}{2} K_q^{III} + 60 + 590^{\text{mgr}} \text{ Quarz} - 0,4$ $\frac{1}{2} K_q^I + 60 - 0,4$
14.	$\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,6^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 50 + 40^{\text{mgr}} \text{ Quarz} + 1,8^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$
Vorm.	$\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,3$ $\frac{1}{2} K_q^{III} + 50 + 600^{\text{mgr}} \text{ Quarz} - 0,5^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,5$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 50 + 40 \text{ Quarz} + 1,5$ $\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,3$ $\frac{1}{2} K_q^{III} + 50 + 600 \text{ Quarz} - 0,5$ $\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,3$
21.	$\frac{1}{2} K_q^I + 50^{\text{mgr}} + 9,25^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 50 + 40^{\text{mgr}} \text{ Quarz} + 1,55^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$ $\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,05$ $\frac{1}{2} K_q^{III} + 50 + 600 \text{ Quarz} - 0,55$
Nachm.	$\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 9,00$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 50 + 40 \text{ Quarz} + 1,30$ $\frac{1}{2} K_q^I + 50 + 8,60$ $\frac{1}{2} K_q^{III} + 50 + 600 \text{ Quarz} - 1,05$ $\frac{1}{2} K_q^{II} + 50 + 8,60$

Zweite Serie von Beobachtungen.

Beobachter: *Mousson* und *Wild*.

Die Gewichte hatten den Winter über in ihren Etuis gestanden und wurden vor den Wägungen bloss mit einem Pinsel abgewischt.

1866.	Constante Tara	Barometerstand	Absolute	Temperatur
April	gleich:	bei 0°:	Feuchtigkeit:	nach Celsius:
9. Nachm.	$K_p + 4,46^{\text{mgr}}$ Reiter	713,50	8,92	16,06
	$K_q + 6,15$			
	$K_p + 3,74$	713,49	8,69	15,70
10. Vorm.	$K_p + 3,55$	715,42	7,50	13,59
	$K_q + 8,95$			
	$K_p + 3,55$	715,04	7,40	13,96
	$K_q + 8,25$			
	$K_p + 3,25$	714,91	7,91	14,10
10. Nachm.	$K_p + 3,80$	714,24	7,68	13,89
	$K_q + 8,75$			
	$K_p + 3,50$	714,27	7,96	14,03
	$K_q + 8,40$			
	$K_p + 3,30$	714,41	7,83	14,02
11. Vorm.	$K_p + 3,29$	714,03	8,06	16,45
	$K_q + 5,01$			
	$K_p + 3,05$	713,75	8,24	16,36
	$K_q + 4,69$			
	$K_p + 3,26$	713,34	8,40	16,35
	$K_q + 4,44$			
	$K_p + 2,96$	713,82	8,52	16,32
11. Nachm.	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,36^{\text{mgr}}$ Reiter			
	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30^{\text{mgr}}$ Quarz + $3,78^{\text{mgr}}$ Reiter			
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,25^{\text{mgr}}$ Reiter			
	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590^{\text{mgr}}$ Quarz + $1,61^{\text{mgr}}$ Reiter			
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,25^{\text{mgr}}$ Reiter			

1866.	Constante Tara gleich:
April.	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,25^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$
11.	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30^{\text{mgr}} \text{ Quarz} + 3,73^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$
Nachm.	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,32^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$
	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590^{\text{mgr}} \text{ Quarz} + 1,77^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,28^{\text{mgr}} \text{ Reiter}$

Dritte Serie von Beobachtungen.

Beobachter: *Hirsch* und *Wild*.

Vor diesen Wägungen wurden sämtliche Gewichte mit einem Pinsel von Staub befreit, ausserdem aber noch die Quarzgewichte mit einem reinen Seidentuch abgerieben.

1866.	Constante Tara	Barometerstand	Absolute	Temperatur
April	gleich:	bei 0°:	Feuchtigkeit:	nach Celsius:
21.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,80^{\text{mgr}} \text{ Reiter} \\ K_q + 6,25 \end{array} \right.$	718,40	9,17	16,70
Vorm.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,40 \end{array} \right.$	718,48	9,13	16,62
21.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,55 \\ K_q + 6,70 \end{array} \right.$	718,44	8,85	16,18
Nachm.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,28 \\ K_q + 6,71 \end{array} \right.$	718,54	9,01	16,22
	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,20 \end{array} \right.$	718,51	9,05	16,18
22.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,73 \\ K_q + 6,08 \end{array} \right.$	719,24	9,19	17,00
Vorm.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,43 \\ K_q + 6,01 \end{array} \right.$	719,01	9,18	17,10
	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,56 \\ K_q + 6,40 \end{array} \right.$	718,88	9,08	17,10
	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,53 \end{array} \right.$	719,33	9,00	17,06
22.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,30 \\ K_q + 6,42 \end{array} \right.$	718,84	8,72	16,27
Nachm.	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,03 \\ K_q + 6,50 \end{array} \right.$	718,65	8,80	16,30
	$\left\{ \begin{array}{l} K_p + 2,08 \end{array} \right.$	718,64	8,76	16,26

1866 Constante Tara gleich:

April	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,39^{mgr}$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30$	Quarz + 3,82 ^{mgr} Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,23$	Reiter
23.	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590$	Quarz + 1,51 »
Vorm.	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,19$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30$	Quarz + 3,59 »
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,22$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590$	Quarz + 1,53 »
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,15$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,60$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30$	Quarz + 4,23 »
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,60$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{II} + 30$	Quarz + 3,96 »
24.	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,44$	Reiter
Vorm.	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590$	Quarz + 1,80 »
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,35$	Reiter
	$\frac{1}{2} K_q^{III} + 590$	Quarz + 1,80 »
	$\frac{1}{2} K_q^I + 1,50$	Reiter

Nun sind gemäss den angestellten Verificationen (siehe § 25):

750	Milligr. Quarzgewichte	=	751,39	wahre Milligramme,
30	»	=	30,11	»
590	»	=	591,00	»
40	»	=	40,15	»
600	»	=	600,91	»
10	» Reitergewicht	=	10,03	»

Mit Berücksichtigung dessen ergeben sich aus obigen Beobachtungen durch Combination je zweier Wägungen desselben Gewichts mit der dazwischen liegenden des andern folgende Einzel-Daten und Mittelwerthe, wenn wir:

$$a = \frac{1}{2} K_q^{II} + \frac{1}{2} K_q^{III} - K_p$$

setzen.

Mittel					
	a	a	Barometer	Feuchtigkeit	Temperatur
1. Serie	a ^{mgr}				
	— 750,78	— 750,81 ^{mgr}	721,08 ^{mm}	11,5 ^{mm}	20,64 ^o
	— 750,85				
	— 750,80				
	— 751,68	— 751,64	721,42	11,8	20,29
	— 751,60				
	— 751,48	— 751,44	721,25	11,9	20,31
	— 751,46				
	— 751,39				
	— 751,19	— 751,03	718,88	11,5	19,25
	— 750,99				
	— 750,90				
— 750,95	— 750,95	716,97	11,7	19,68	
2. Serie	— 753,45	— 753,45	713,50	8,80	15,88
	— 756,80	— 756,50	715,12	7,60	13,88
	— 756,45				
	— 756,25				
	— 756,60	— 756,49	714,31	7,82	13,98
	— 756,40				
	— 756,47				
	— 753,23	— 752,95	713,74	8,31	16,37
	— 753,19				
	— 752,93				
	— 752,70				
	— 752,72				
3. Serie	— 755,05	— 755,05	718,44	9,15	16,66
	— 755,69	— 755,79	718,50	8,97	16,19
	— 755,82				
	— 755,87				

		Mittel		
		a	Barometer	Feuchtigkeit Temperatur
3. Serie	a			
	$\left. \begin{array}{l} - 754,90 \\ - 755,01 \\ - 754,91 \\ - 754,94 \\ - 755,25 \end{array} \right\}$	$- 755,00$	$719,11$	$9,11$
				$17,07$
	$\left. \begin{array}{l} - 755,66 \\ - 755,83 \\ - 755,85 \end{array} \right\}$	$- 755,78$	$718,71$	$8,76$
				$16,28$

Ferner, wenn wir

$$b = \frac{1}{2} K_q^{\text{II}} - \frac{1}{2} K_q^{\text{I}} \quad \text{und} \quad c = \frac{1}{2} K_q^{\text{III}} - \frac{1}{2} K_q^{\text{I}}$$

setzen und mit v die Abweichung der Einzel-Daten vom Mittel bezeichnen:

		b	v^2			c	v^2		
		mgr	mgr			mgr	mgr		
1. Serie	$\left. \begin{array}{l} - 32,67 \\ - 32,48 \\ - 32,23 \\ - 32,53 \\ - 32,63 \end{array} \right\}$		$\begin{array}{l} 0,0256 \\ 0,0009 \\ 0,0784 \\ 0,0004 \\ 0,0144 \end{array}$	Mittel		$\left. \begin{array}{l} - 591,00 \\ - 590,98 \\ - 590,88 \\ - 591,30 \\ - 591,23 \end{array} \right\}$	$\begin{array}{l} 0,0064 \\ 0,0100 \\ 0,0400 \\ 0,0484 \\ 0,0225 \end{array}$	1. Serie	
	$- 32,51 \pm 0,077$					$- 591,08 \pm 0,080$			
2. Serie	$\left. \begin{array}{l} - 32,59 \\ - 32,57 \end{array} \right\}$		$\begin{array}{l} 0,0001 \\ 0,0001 \end{array}$	Mittel		$\left. \begin{array}{l} - 591,36 \\ - 591,47 \end{array} \right\}$	$\begin{array}{l} 0,0025 \\ 0,0036 \end{array}$	2. Serie	
	$- 32,58 \pm 0,010$					$- 591,41 \pm 0,0551$			
3. Serie	$\left. \begin{array}{l} - 32,63 \\ - 32,51 \\ - 32,75 \\ - 32,62 \\ - 32,56 \end{array} \right\}$		$\begin{array}{l} 0,0004 \\ 0,0100 \\ 0,0196 \\ 0,0001 \\ 0,0025 \end{array}$	Mittel		$\left. \begin{array}{l} - 591,30 \\ - 591,34 \\ - 591,40 \\ - 591,45 \\ - 591,38 \end{array} \right\}$	$\begin{array}{l} 0,0049 \\ 0,0009 \\ 0,0009 \\ 0,0064 \\ 0,0001 \end{array}$	3. Serie	
	$- 32,61 \pm 0,040$					$- 591,37 \pm 0,026$			

Die Reduction der 13 Mittelwerthe der Vergleichen des Platinkilogramms mit den beiden Quarzpfunden (gezogen aus den 36 einzelnen Daten) auf den leeren Raum wurde, da das Ausgleichungsgewicht u ebenfalls aus Quarz bestand, nach der Formel:

$$K_p (1 - x) = \left(\frac{1}{2} K_q^{II} + \frac{1}{2} K_q^{III} + u \right) (1 - y)$$

ausgeführt, die man für die Rechnung auf die Form:

$$\frac{1}{2} K_q^{II} + \frac{1}{2} K_q^{III} = K_p \cdot \frac{1 - x}{1 - y} - u$$

brachte und wo nach § 23:

$$x = \frac{0,001292762 (h - h' \cdot 0,37792) (1 + 0,00002580 \cdot t)}{760 \cdot (1 + 0,003665 \cdot t) 20,5478}$$

$$y = \frac{0,001292762 (h - h' \cdot 0,37792) (1 + 0,00003255 \cdot t)}{760 \cdot (1 + 0,003665 \cdot t) 2,65062}$$

Die Berechnungen, bei welchen man für K_p seinen Werth aus § 6 gleich einsetzte und je gegen das Ende 10stellige Logarithmen benutzte, ergaben:

	Einzel-Daten	Werth derselben	Mittel	Mittlerer Fehler
	^{mgr}			
1. Serie	999622,92	3fach	999622,85	^{mgr} ± 0,081
	999622,67	2fach		
	999622,73	3fach		
	999623,35	3fach		
	999621,82	1fach		
2. Serie	999622,91	1fach	999623,19	± 0,067
	999623,55	3fach		
	999623,18	3fach		
	999623,03	5fach		
3. Serie	999622,85	1fach	999622,78	± 0,013
	999622,78	3fach		
	999622,73	5fach		
	999622,82	3fach		

Hieraus und aus den obigen Resultaten der Quarzpfund-Vergleichen ergeben sich schliesslich folgende Werthe:

	$\frac{1}{2} K_q^I$ mgr	$\frac{1}{2} K_q^{II}$ mgr	$\frac{1}{2} K_q^{III}$ mgr	Summe mgr
1. Serie	500123,22	500090,71	499532,14	1499746,07
2. Serie	500123,59	500091,01	499532,18	1499746,78
3. Serie	500123,38	500090,77	499532,01	1499746,16
Mittel:	500123,40	500090,83	499532,11	
mittl. Fehler:	$\pm 0,11$	$\pm 0,09$	$\pm 0,05$	

An diese Resultate knüpfen sich unmittelbar folgende zwei Bemerkungen:

1) Dass die Endresultate der drei Beobachtungsserien für sich betrachtet um Grössen differiren, die bedeutender sind, als die mittleren Fehler dieser Resultate, wie sie aus den Beobachtungen der betreffenden Serie allein sich ergeben, erscheint nicht auffallend, wenn man bedenkt, dass fast unmittelbar vor der ersten Beobachtungsreihe die Quarzgewichte bei der Bestimmung ihres specifischen Gewichts gewissermaassen abgewaschen worden waren, dass dagegen vor der zweiten Serie sämtliche Gewichte, nachdem sie den Winter über in ihren Etais gestanden hatten, nur mit einem Pinsel abgewischt wurden, während man endlich vor der dritten Beobachtungsreihe die Quarzgewichte auch noch mit einem reinen Seidentuch abrieb. Den Einfluss des Abwischens mit einem Tuch, welches auch fester anhängende Unreinigkeiten entfernt, zeigt besonders deutlich die Vergleichung des Gesamtgewichts der drei Quarzpfunde zur Zeit der drei Beobachtungsreihen. Während nämlich dieses Gesamtgewicht von der ersten zur zweiten um 0,71 Milligramme zunahm, kehrte es in Folge des Abreibens mit dem Tuche durch Abnahme um 0,62 Milligramme bei der dritten sehr nahe wieder zum ursprünglichen zurück. Es bestätigt dies unzweifelhaft die schon von anderer Seite ausgesprochene Vermuthung, dass Gewichte, die man nicht mit einem Tuch abwischen darf, wie dies z. B. bei Platingewichten wegen der Weichheit der Substanz der Fall ist, durch anhängenden Staub nach und nach schwerer werden können. Aus diesem Grunde hauptsächlich erscheint Quarz, den man wegen seiner Härte nicht bloss abwischen, sondern sogar ohne Gefahr abwaschen darf, als ein viel besseres Material für Urgewichte als Platin.

Für künftige Vergleichen erwehrt hieraus die Regel, die Quarzpfunde unmittelbar vor denselben nach der Reinigung mit einem Pinsel mit einem reinen weichen Tuch abzuwischen, nach längerer Zwischenzeit sogar mit destillirtem Wasser leicht abzuwaschen.

2) Die grosse Uebereinstimmung unserer bei verschiedenen Temperaturen, Barometerständen und Feuchtigkeiten angestellten Vergleichen des Platinkilogramms mit den beiden Quarzpfunden nach der Reduction der Wägen auf den leeren Raum ist der sicherste

Beweis dafür, dass diese Reduction bei dem gegenwärtigen Zustand der Wissenschaft unter Benutzung sorgfältig geprüfter Hülfsinstrumente selbst da mit hinlänglicher Sicherheit ausgeführt werden kann, wo, wie im vorliegenden Fall, die Differenz der specifischen Gewichte der Gewichtsstücke resp. also der von ihnen verdrängten Luftvolumina eine sehr bedeutende ist.

§ 33. Zusammenfassung.

Das Resultat unserer Untersuchungen ist also schliesslich, dass, bezogen auf das Urkilogramm von Platin der Archive zu Paris,

das schweizerische Urfund von Bergkrystall ($\frac{1}{2}K_q^I$) gleich 500,12340 Gramme oder also um 123,40 Milligramme schwerer ist, als ein richtiges Pfund, ferner

die erste Copie des Urfundes ($\frac{1}{2}K_q^{II}$) gleich 500,09083 Gramme oder also um 90,83 Milligramme schwerer ist, als ein richtiges Pfund, endlich

die zweite Copie des Urfundes ($\frac{1}{2}K_q^{III}$) gleich 499,53211 Gramme oder also um 467,89 Milligramme leichter sei als ein richtiges Pfund.

Der mittlere Fehler dieser Resultate beträgt $\pm 0,08$ Milligramme und es würde dies auch die absolute Unsicherheit derselben darstellen, wenn die mittelbare Vergleichung des Mutterkilogramms von Platin mit dem Urkilogramm der Archive zu Paris mit keinem grössern Fehler als $\pm 0,16$ Milligramme behaftet wäre. Leider ist dies aus den Verbalprocessen über die Verifikationen in Paris nicht mit Sicherheit zu entnehmen; wir haben ihn in § 6 als 3 mal grösser, nämlich $\pm 0,5$ Milligramme, veranschlagt.

Das specifische Gewicht dieser drei Bergkrystallpfunde bei 0° , bezogen auf reines Wasser bei $4^\circ C.$, ist übereinstimmend 2,65062 mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,000017$; und endlich ist

der cubische Ausdehnungscoefficient des Bergkrystalls für $1^\circ C.$: 0,00003255.

Demgemäss wurden die mit Schlüssel verschliessbaren und mit grünem Sammt gefütterten Etais von Palisanderholz für die drei Quarzpfunde schliesslich zur Unterscheidung und zur Bezeichnung der in ihnen enthaltenen Gewichte, die selbst keine Marken tragen auf dem Deckel mit Messingplatten versehen, welche die Inschriften tragen:

U R P F U N D

DER SCHWEIZERISCHEN EIDGENOSSENSCHAFT.

1866.

$\frac{1}{2} K_q^I = 500,12340$ Gramme.

Specifisches Gewicht bei $0^\circ = 2,65062$.

Kubische Ausdehnung für $1^\circ \text{ C.} = 0,00003255$.

Erste Copie
des Schweizer Urfundes.

1866.

$\frac{1}{2} K_q^{II} = 500,09083$ Gramme.

Specifisches Gewicht bei $0^\circ = 2,65062$.

Kub. Ausdehnung für $1^\circ \text{ C.} = 0,00003255$.

Zweite Copie
des Schweizer Urfundes.

1866.

$\frac{1}{2} K_q^{III} = 499,53211$ Gramme.

Specifisches Gewicht bei $0^\circ = 2,65062$.

Kub. Ausdehnung für $1^\circ \text{ C.} = 0,00003255$.

Ein je im Innern des Etuis zwischen den Deckel und die Sammtfütterung gelegtes Papierblatt trägt eine Copie der betreffenden äussern Inschrift.

Schlussbemerkung.

Aus unsern Auseinandersetzungen ergibt sich, dass mittelst der Comparatoren, Waagen und Hülfsinstrumente der eidgenössischen Eichstätte beliebige, wenn nur gut construirte Längenmaasse bis zu 1 Meter Länge und Gewichtsstücke bis zu 1 Kilogramm, je nach der Zahl der Beobachtungen mit einer Genauigkeit von 0,0005—0,0001 Millimeter resp. 0,5 bis 0,1 Milligramme mit den Normalen der Eichstätte und dadurch auch mit den neuen schweizerischen Urmaassen verglichen werden können. Die grössere der angegebenen Fehlergrenzen repräsentirt höchstens die Sicherheit, mit welcher dadurch solche Maasse auch auf die Urmaasse der Archive zu Paris, das Meter und Kilogramm von Platin, bezogen sind. Da indessen zur Zeit die Vergleichungsinstrumente in Paris die Erlangung einer höhern Genauig-

keit kaum gestatten und eine solche zudem bei dem gegenwärtigen Zustand dieser Urmaasse illusorisch wäre, so kann jene grössere Unsicherheit nicht der eidgenössischen Eichstätte zur Last gelegt werden.

Da nach § 29 die Genauigkeit in der Bestimmung des absoluten Gewichts von 1 Cubic-Decimeter reinen Wassers noch nahezu 1000 mal geringer ist, als die, mit welcher zwei beliebige Gewichtsstücke von 1 Kilogramm verglichen werden können und da auch vor der Hand die Erzielung des letzten Genauigkeitsgrades bei der erstern Messung kaum zu erwarten ist, so erscheint das auch von uns befolgte Princip, besondere unabhängige Urmaasse für die Länge und das Gewicht zu erstellen, vollkommen gerechtfertigt. Die Aufstellung dagegen eines besondern Urmaasses für Volumina (Flüssigkeitsmaass, Hohlmaass) hielten wir für durchaus überflüssig. Obschon nämlich der Gebrauch besonderer Hohlmaasse für die tägliche Praxis mit nicht zu bestreitenden Vortheilen verknüpft ist, so kann doch die Verification solcher Maasse durch Abwägung des Gewichts destillirten Wassers, das sie fassen, sehr viel sicherer erfolgen, als durch Ueberfüllen in ein noch so genau definirtes und verificirtes Normal-Hohlmaass. Das sicherste Urmaass für Volumina ist daher das Urgewicht und desshalb wurde auch von der Construction einer neuen Ur-Flüssigkeits-Maass, sowie eines neuen Ur-Viertels abstrahirt.

Schlussbemerkung.

Von unserer Auseinandersetzung ergibt sich, dass vermittelt der Comparatoren, Waagen und Hohlmaasse die zu 1 Meter Länge und Gewichtstücke bis zu 1 Kilogramm, je nach der Zahl der Beobachtungen mit einer Genauigkeit von 0,0005—0,001 Millimeter resp. 0,2 bis 0,1 Milligramm mit den Normen der Eichstätte und dadurch auch mit den neuen Schweizer Maassen verglichen werden können. Die grössere der angegebenen Fehlergrößen repräsentirt höchstens die Unsicherheit, mit welcher dadurch solche Masse auch auf die Urmaasse der Archive zu Paris, das Meter und Kilogramm von Platin, bezogen sind. Da in dessen zur Zeit die Vergleichungsmaasse in Paris die Erlangung einer höhern Genauig-

I N H A L T.

Einleitung		Seite 3
I. Abschnitt. Die Urmaasse in Paris und die neuen Muttermaasse für die Schweiz.		
§ 1.	Bericht über die Arbeiten zur Beschaffung neuer Muttermaasse für die Schweiz in den Jahren 1863 und 1864	7
§ 2.	Verbal-Process über die Vergleichung des Messingkilogramms von Steinheil mit dem ältern Platinakilogramm des Conservatoire	17
§ 3.	Procès-Verbal de vérification du mètre étalon de la Confédération suisse	21
§ 4.	Procès-Verbal de vérification du kilogramme étalon de la Confédération suisse	32
§ 5.	Procès-Verbal de comparaison entre les étalons prototypes du mètre et du kilogramme, conservés aux Archives de l'Empire et ceux du Conservatoire Impérial des Arts et Métiers	37
§ 6.	Zusammenfassung und Bemerkungen über die Zuverlässigkeit der neuen Muttermaasse	52
II. Abschnitt. Längen-Messungen.		
§ 7.	Das neue schweizerische Längen-Urmaass und seine Copieen	57
§ 8.	Längen-Comparator	60
§ 9.	Justirung des Längen-Comparators und Methode der Vergleichungen	65
§ 10.	Untersuchung der Micrometer-Schrauben der beiden Filar-Micrometer	71
§ 11.	Untersuchung der Theilung des Schiebers und des Normalstabes	73
§ 12.	Vergleichungen von Normalstab und Muttermeter	80
§ 13.	Bestimmung der Länge der Anschiebe-Cylinder von den Strichen zur Spitze	84
§ 14.	Berechnung des absoluten Werthes von λ in Millimetern und Ermittlung der absoluten Werthe der Theile des Normalstabes	86
§ 15.	Bestimmung der absoluten Ausdehnung des Normalstabes	87
§ 16.	Berechnung des linearen Ausdehnungscoefficienten der Anschiebecylinder	90
§ 17.	Berechnung des linearen Ausdehnungscoefficienten des Muttermeters	90
§ 18.	Verification des neuen Längen-Urmaasses und seiner beiden Copieen und Bestimmung ihrer Ausdehnungscoefficienten	91
§ 19.	Controlle der vorigen Messungen durch die gesammte Commission	96
§ 20.	Zusammenfassung	105
§ 21.	Zusammenstellung der Constanten des Längen-Comparators	107

III. Abschnitt. Wägungen.

Seite

§ 22. Das neue schweizerische Urfund und seine Copieen	109
§ 23. Methode der Gewichts-Vergleichungen und Reduction der Wägungen auf den leeren Raum	110
§ 24. Waagen	116
§ 25. Gewichtssätze	119
§ 26. Thermometer	127
§ 27. Barometer	136
§ 28. Hygrometer	142
§ 29. Specifisches Gewicht und Ausdehnung des Mutter-Platinkilogramms	144
§ 30. Specifisches Gewicht und Ausdehnung der Bergkrystall-Gewichte	146
§ 31. Bestimmung des specifischen Gewichts	148
§ 32. Verification des Urfundes und seiner beiden Copieen	156
§ 33. Zusammenfassung	166
Schlussbemerkung.	





Wild, H.,

Bericht über die Arbeiten zur Reform der schweizerischen Urmaasse
Abgefasst im Sommer 1868

Zürich 1868

4 Merc. 124 d

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10227665-2